

יחידה שלישית : 35803

חלק 1א'	חקירות פונקציה: פונקציה מסוג פולינום , אחד חלקי איקס , שורש
חלק 1ב'	משוואת משיק פונקציה מסוג פולינום , אחד חלקי איקס , שורש
חלק 2	אינטגרל : פונקציה קדומה ומציאת שטח פונקציה של פולינום בלבד
חלק 3א'	גיאומטריה אנליטית: מאונך מקביל
חלק 3ב'	גיאומטריה אנליטית: מעגל
חלק 4	בעיות מילוליות: תנועה, קנייה ומכירה,
חלק 5	בעיות קיצון : פונקציה מסוג פולינום , אחד חלקי איקס , שורש

כתב וערך: יוסי דהן

אינטגרל של פולינום

$$n \neq -1 \qquad \int a \cdot x^n dx = \frac{a \cdot x^{n+1}}{n+1} + c$$

1. $\int (x^4 + x^3) dx$

2. $\int (x^2 + x) dx$

3. $\int (x^3 + 7) dx$

4. $\int (x^3 - 2x^2 + 6) dx$

5. $\int (2x^2 + 3x + 6) dx$

6. $\int (5x^3 + 2x^2 - 3x) dx$

7. $\int (3x^2 + 2x + 1) dx$

8. $\int (-9x^2 + 4x - 7) dx$

9. $\int (4x^3 + 10x^2 + 2x - 8) dx$

10. $\int (12x^3 - 30x^2 + 7) dx$

11. $\int (2x^3 - 8x^2 - 6) dx$

12. $\int \left(\frac{x^2}{5}\right) dx$

13. $\int \left(\frac{x^2}{3} - \frac{1}{2}\right) dx$

14. $\int \left(\frac{x^3}{2} - \frac{x^2}{3} + 2\right) dx$

תרגילים לבדיקה עצמית:

1. $\int (4x - x^2) dx$

2. $\int (16x^3 - 2) dx$

3. $\int \left(\frac{2x^2 - 5}{3}\right) dx$

4. $\int (6x^2 - 8x) dx$

5. $\int (3x^2 - 1) dx$

6. $\int (-x^2 + 3x) dx$

7. $\int (-x^2 + 7x - 6) dx$

8. $\int (x^2 - 4x + 3) dx$

9. $\int (x + 2)^2 dx = \int x^2 + 4x + 4 dx$

10. $\int (-x^2 + 4x - 3) dx$

11. $\int 2 - \frac{1}{8}x^2 dx$

12. $\int x^2 - 2x - 3 dx$

13. $\int (-x^2 - 5x - 4) dx$

14. $\int (x^2) dx$

15. $\int \left(1 + \frac{8x}{3} - x^2\right) dx$

16. $\int (x^2 - 2x) dx$

17. $\int (2x - 2x^2) dx$

18. $\int (x - 2)^2 dx = x^2 - 4x + 4$

19. $\int (x^3 - 4x) dx$

20. $\int (4x^3 - 12x^2 + 8x) dx$

21. $\int (x^3 + x^2 - 2x)^2 dx$

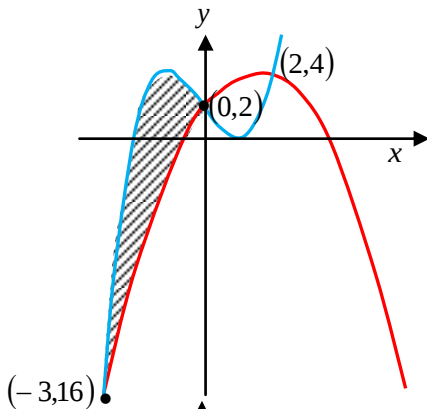
22. $\int (x^3 - 9x) dx$

23. $\int 8 - x^3 dx$

שטח אחד

1. צבע כל פונקציה בצבע אחר ורשום את הפונקציה המתאימה
2. מלא את הטבלה

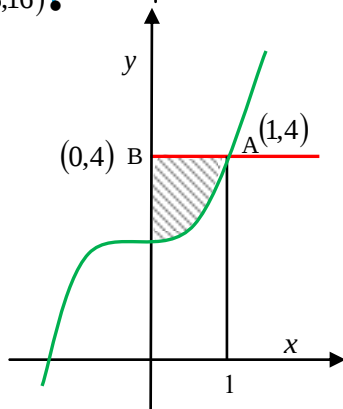
שאלה מספר 1:



$$y = -x^2 + 3x + 2 \quad y = x^3 - 3x + 2$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = x^3 - 3x + 2$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = -3$	$y = -x^2 + 3x + 2$	$x = 0$

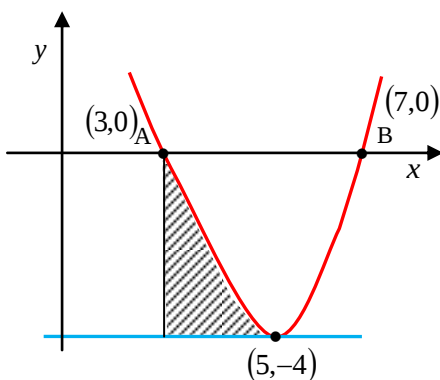
שאלה מספר 2:



$$y = 4 \quad y = x^3 + 3$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 4$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 0$	$y = x^3 + 3$	$x = 1$

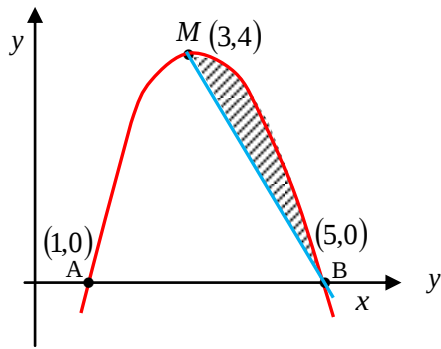
שאלה מספר 3:



$$y = -4 \quad y = x^2 - 10x + 21$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = x^2 - 10x + 21$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 3$	$y = -4$	$x = 5$

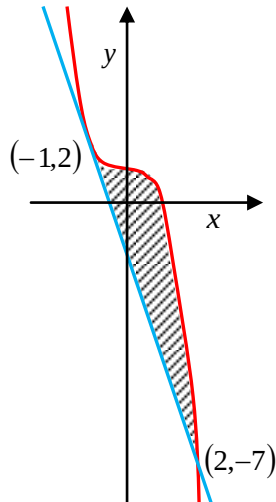
שאלה מספר 4



$$y = -2x + 10 \quad y = -x^2 + 6x - 5$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = -x^2 + 6x - 5$	גדול/ימין
$x = 3$	פונקציה תחתונה	$x = 5$
	$y = -2x + 10$	

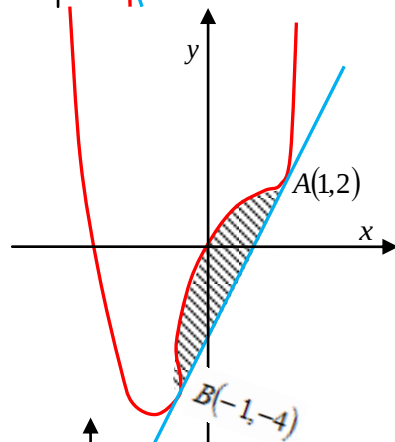
שאלה מספר 5



$$y = -3x - 1 \quad y = -x^3 + 1$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = -x^3 + 1$	גדול/ימין
$x = -1$	פונקציה תחתונה	$x = 2$
	$y = -3x - 1$	

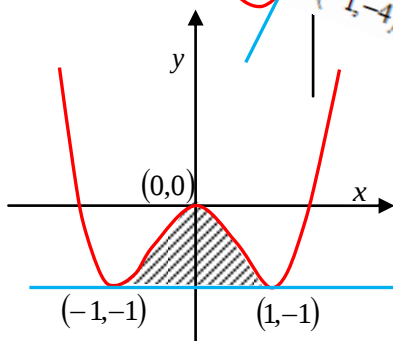
שאלה מספר 6



$$y = 3x - 1 \quad y = x^4 - 2x^2 + 3x$$

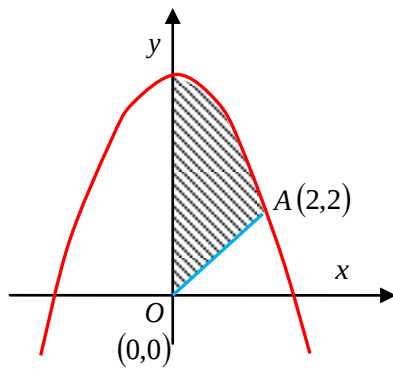
x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = x^4 - 2x^2 + 3x$	גדול/ימין
$x = -1$	פונקציה תחתונה	$x = 1$
	$y = 3x - 1$	

שאלה מספר 7



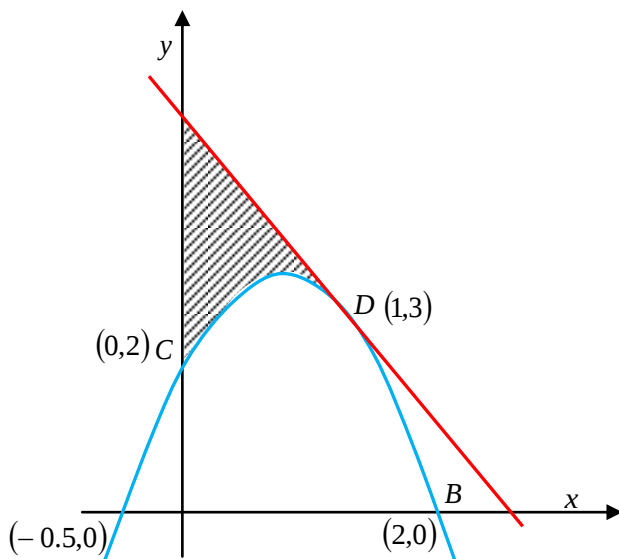
$$y = -1 \quad y = x^4 - 2x^2$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = x^4 - 2x^2$	גדול/ימין
$x = -1$	פונקציה תחתונה	$x = 1$
	$y = -1$	

**שאלה מספר 8**

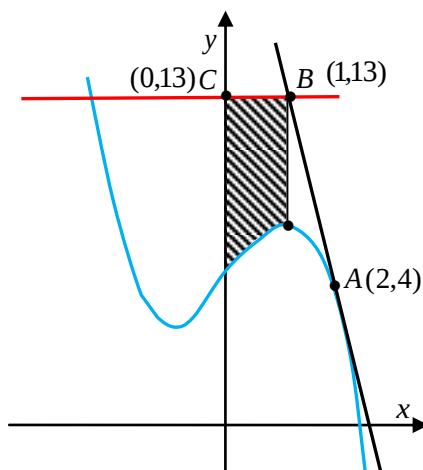
$$y = 1x \quad y = 6 - x^2$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 6 - x^2$	גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה	$x = 2$
	$y = 1x$	

**שאלה מספר 9**

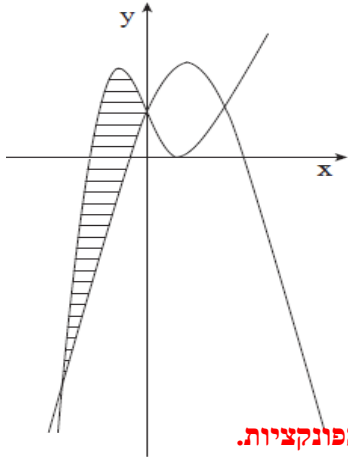
$$y = -1x + 4 \quad f(x) = -2x^2 + 3x + 2$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = -1x + 4$	גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה	$x = 1$
	$f(x) = -2x^2 + 3x + 2$	

**שאלה מספר 10**

$$y = -9x + 22 \quad y = 13 \quad f(x) = -x^3 + 3x + 6$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 13$	גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה	$x = 1$
	$f(x) = -x^3 + 3x + 6$	

שטח אחד**שאלה מספר 1:** מבחן בגרות 35003 מועד ב' תשס"ז 2007

נתונות שתי הפונקציות :

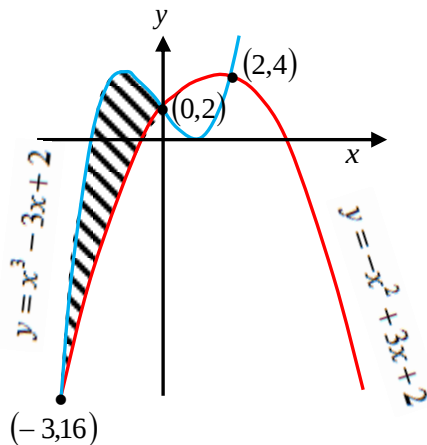
$$y = -x^2 + 3x + 2$$

(ראה ציור)

$$y = x^3 - 3x + 2$$

(א). מצא את שיעורי ה- x של נקודות החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

(ב). מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות, השטח המקווקו בציור.

פתרון(א). מצא את שיעורי ה- x של נקודות החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.**נקודות החיתוך בין הגרפים**

$$y = y$$

$$-x^2 + 3x + 2 = x^3 - 3x + 2$$

$$x^3 - 3x + 2 + x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$x^3 + x^2 - 6x = 0$$

$$x \cdot (x^2 + x - 6) = 0$$

$$x_1 = 0 \quad (x^2 + x - 6) = 0$$

$$x_{3,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(1)(-6)}}{2(1)}$$

$$x_{3,2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -3 \quad x_3 = 2$$

$$y = -x^2 + 3x + 2$$

$$(x=0) y = -(0)^2 + 3(0) + 2 = 2$$

$$(0,2)$$

$$(x=-3) y = -(-3)^2 + 3(-3) + 2 = -16$$

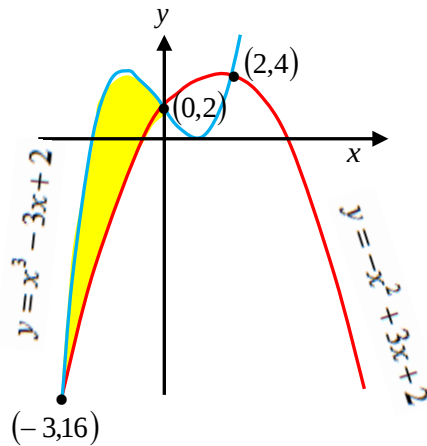
$$(-3,-16)$$

$$(x=2) y = -(2)^2 + 3(2) + 2 = 4$$

$$(2,4)$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = x^3 - 3x + 2$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = -3$	$f(x) = 12x - 12$	$x = 0$

(ב). מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות, השטח המקוקו בציר.

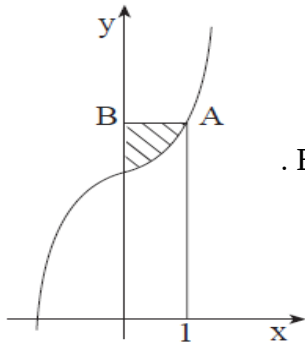


x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = x^3 - 3x + 2$	גדול/ימין
$x = -3$	פונקציה תחתונה	$x = 0$
	$f(x) = 12x - 12$	

1. נוסחה $S_T = \int_{(x \text{ שמאל})}^{(x \text{ ימין})} (\text{פונקציה עליונה}) - 1 \cdot (\text{פונקציה תחתונה}) dx$
2. הצבה $S_T = \int_{-3}^0 (x^3 - 3x + 2) - 1 \cdot (-x^2 + 3x + 2) dx$
3. פתיחת סוגריים $S_T = \int_{-3}^0 (x^3 - 3x + 2 + x^2 - 3x - 2) dx$
4. כינוס איברים $S_T = \int_{-3}^0 (x^3 + x^2 - 6x) dx$
5. אינטגרציה $S_T = \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} \right]_{-3}^0$
6. הצבה x $S_T = \left[\frac{(0)^4}{4} + \frac{(0)^3}{3} - \frac{6(0)^2}{2} \right] - \left[\frac{(-3)^4}{4} + \frac{(-3)^3}{3} - \frac{6(-3)^2}{2} \right]$
7. מחשבון $S_T = [0] - [-15\frac{3}{4}]$
8. פתרון סופי $S_T = 15\frac{3}{4}$

תשובה סופית:

$$S = 15\frac{3}{4} \quad (\text{ב}) \quad x_1 = -3 \quad x_2 = 0 \quad x_3 = 2 \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 2: מבחן בגרות 35003 מועד א' תשס"ד 2004נתונה הפונקציה $y = x^3 + 3$ הישר $x = 1$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה A.מנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותך את ציר ה- y בנקודה B.

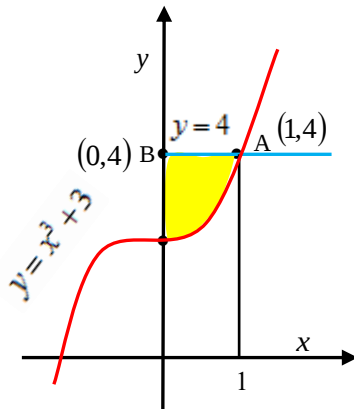
(ראה ציור)

(א.) מצא את שיעורי נקודה A.

(ב.) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה,

על ידי הישר AB, ועל ידי ציר ה- y . (השטח המקווקו).**פתרון**

(א.) מצא את שיעורי נקודה A.

ישר המקביל לציר ה- x משמעות $m = 0$ **נקודה A**

$$y = x^3 + 3$$

$$x = 1$$

$$y = (1)^3 + 3 = 4$$

$$A(1, 4)$$

משוואת AB

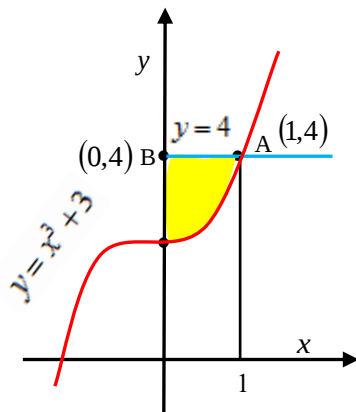
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(1, 4) \quad m = 0$$

$$y - 4 = 0(x - 1)$$

$$y = 4$$

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 4$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 0$	$y = x^3 + 3$	$x = 1$



(ב). חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר AB, ועל ידי ציר ה- y . (השטח המקווקו).

x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 4$	גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה	$x = 1$
	$y = x^3 + 3$	

1. נוסחה

$$S_T = \int_{\text{קטן } x}^{\text{גדול } x} (\text{פונקציה עליונה}) - (\text{פונקציה תחתונה}) dx$$

2. הצבה

$$S_T = \int_0^1 (4 - (x^3 + 3)) dx$$

3. פתיחת סוגריים

$$S_T = \int_0^1 (4 - x^3 - 3) dx$$

4. כינוס איברים

$$S_T = \int_0^1 (-x^3 + 1) dx$$

5. אינטגרציה

$$S_T = \left[-\frac{x^4}{4} + 1x \right]_0^1$$

6. הצבה

$$S_T = \left[-\frac{(1)^4}{4} + 1(1) \right] - \left[-\frac{(0)^4}{4} + 1(0) \right]$$

7. מחשבון

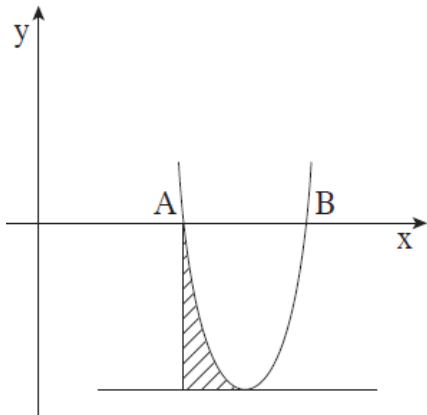
$$S_T = \left[\frac{3}{4} \right] - [0]$$

8. פתרון סופי

$$S_T = \frac{3}{4}$$

תשובה סופית:

(א) $A(1,4)$ (ב) $s = \frac{3}{4} = 0.75$

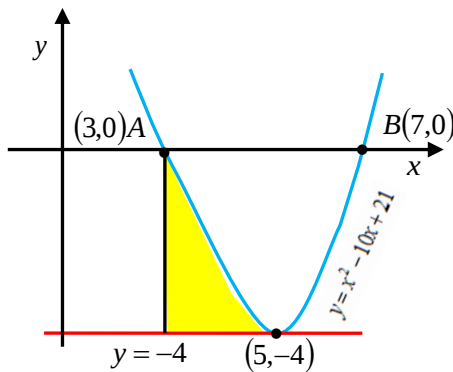
שאלה מספר 3: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ח 2008

הפרבולה $y = x^2 - 10x + 21$ חותכת את ציר ה- x בנקודות A, ו-B. בנקודה A העבירו אנך לציר ה- x ובנקודת המינימום של הפרבולה העבירו משיק לפרבולה (ראה ציור)

- (א.) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B
 (ב.) מצא את משוואת המשיק
 (ג.) מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה על ידי המשיק ועל ידי האנך (השטח המקווקו).

פתרון

(א.) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B

**נקודות BA**

$$y = x^2 - 10x + 21$$

$$x = 0$$

$$0 = x^2 - 10x + 21$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{100 - 4(1)(21)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 4}{2}$$

$$A(3,0) \quad B(7,0)$$

(ב.) מצא את משוואת המשיק

נקודת המינימום

$$y = x^2 - 10x + 21$$

$$x = 5$$

$$y = (5)^2 - 10(5) + 21$$

$$y = -4$$

$$(5, -4)$$

$$y' = 2x - 10$$

$$m = 0$$

$$0 = 2x - 10$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

משוואת משיק

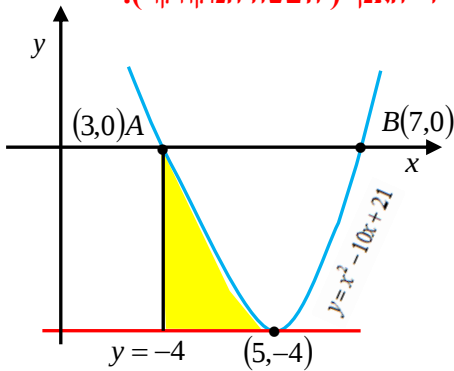
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(5, -4) \quad m = 0$$

$$y + 4 = 0(x - 5)$$

$$y = -4$$

(ג). מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה על ידי המשיק ועל ידי האנך (השטח המקווקו).



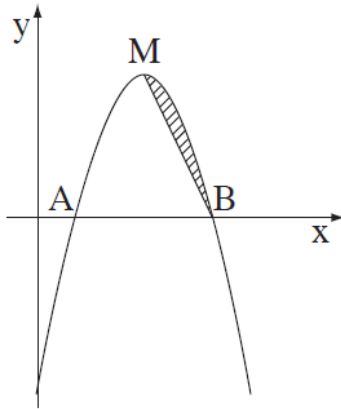
x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = x^2 - 10x + 21$	x גדול/ימין
$x = 3$	פונקציה תחתונה $y = -4$	$x = 5$

1. נוסחה $S_T = \int_{\left(\begin{smallmatrix} x \\ \text{קטן} \end{smallmatrix} \right)}^{\left(\begin{smallmatrix} x \\ \text{גדול} \end{smallmatrix} \right)} \left(\text{פונקציה עליונה} \right) - 1 \cdot \left(\text{פונקציה תחתונה} \right) dx$
2. הצבה $S_T = \int_3^5 (x^2 - 10x + 21) - 1(-4) dx$
3. פתיחת סוגריים $S_T = \int_3^5 (x^2 - 10x + 21 + 4) dx$
4. כינוס איברים $S_T = \int_3^5 (x^2 - 10x + 25) dx$
5. אינטגרציה $S_T = \left[\frac{x^3}{3} - \frac{10x^2}{2} + 25x \right]_3^5$
6. הצבה x $S_T = \left[\frac{(5)^3}{3} - \frac{10(5)^2}{2} + 25(5) \right] - \left[\frac{(3)^3}{3} - \frac{10(3)^2}{2} + 25(3) \right]$
7. מחשבון $S_T = \left[41\frac{2}{3} \right] - [39]$
8. פתרון סופי $S_T = 2\frac{2}{3}$

תשובה סופית:

$$S = 2\frac{2}{3} \quad (\text{ב}) \quad y = -4 \quad (\text{ב}) \quad (3,0) \quad (7,0) \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 4: מבחן בגרות 35803 מועד א קיץ תשע"א 2011 .



$$y = -x^2 + 6x - 5$$

חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B. (ראה ציור)

הנקודה M היא נקודת המקסימום של הפרבולה.

(א) מצא את שיעורי הנקודות M ו-B.

(ב) חשב את השטח המוגבל על-ידי הפרבולה ועל-ידי הישר MB

(השטח המקווקו בציור).

פתרון

(א) מצא את שיעורי הנקודות M ו-B.

נקודות BA

$$y = -x^2 + 6x - 5$$

$$x = 0$$

$$0 = -x^2 + 6x - 5$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{36 - 4(-1)(-5)}}{2(-1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 4}{-2}$$

$$A(1,0) \quad B(5,0)$$

נקודה M המקסימום

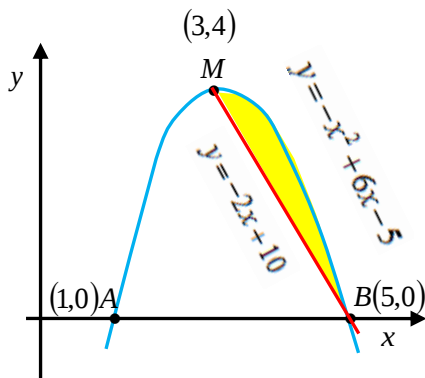
$$y = -x^2 + 6x - 5 \quad y' = -2x + 6$$

$$x = 3 \quad m = 0$$

$$y = -(3)^2 + 6(3) - 5 \quad 0 = -2x + 6$$

$$y = 4 \quad 2x = 6$$

$$(3,4) \quad x = 3$$



משוואת הישר MB

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

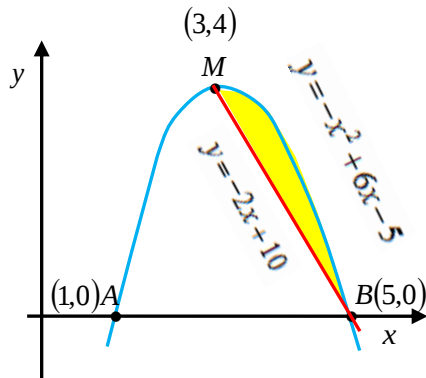
$$(3,4) \quad m = \frac{4-0}{3-5} = -2$$

$$y - 4 = -2(x - 3)$$

$$y = -2x + 6 + 4$$

$$y = -2x + 10$$

(ב.) חשב את השטח המוגבל על-ידי הפרבולה ועל-ידי הישר MB (השטח המקווקו בציור).

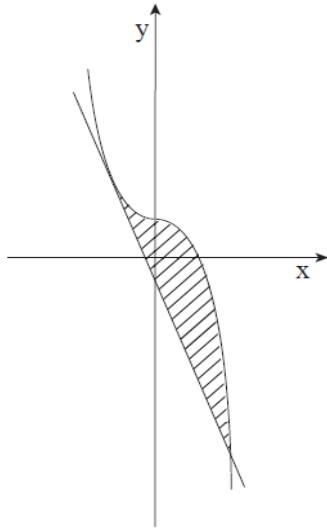


x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = -x^2 + 6x - 5$	גדול/ימין
$x = 3$	פונקציה תחתונה	$x = 5$
	$y = -2x + 10$	

1. נוסחה $S_T = \int_{(x \text{ קטן})}^{(x \text{ גדול})} (פונקציה \text{ עליונה}) - 1(פונקציה \text{ תחתונה}) dx$
2. הצבה $S_T = \int_3^5 (-x^2 + 6x - 5) - 1(-2x + 10) dx$
3. פתיחת סוגריים $S_T = \int_3^5 (-x^2 + 6x - 5 + 2x - 10) dx$
4. כינוס איברים $S_T = \int_3^5 (-x^2 + 8x - 15) dx$
5. אינטגרציה $S_T = \left[-\frac{x^3}{3} + \frac{8x^2}{2} - 15x \right]_3^5$
6. הצבה x $S_T = \left[-\frac{(5)^3}{3} + \frac{8(5)^2}{2} - 15(5) \right] - \left[-\frac{(3)^3}{3} + \frac{8(3)^2}{2} - 15(3) \right]$
7. מחשבון $S_T = \left[-16\frac{2}{3} \right] - [-18]$
8. פתרון סופי $S_T = 1\frac{1}{3}$

תשובה סופית :

(א.) $B(5,0)$ $M(3,4)$ מ הישר $y = -2x + 10$ (ב.) $S = 1\frac{1}{3}$



שאלה מספר 5: מבחן בגרות 35003 מועד א' תשס"ח 2008

ישר משיק לגרף הפונקציה $y = -x^3 + 1$

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -1$

(א.) מצא את משוואת המשיק

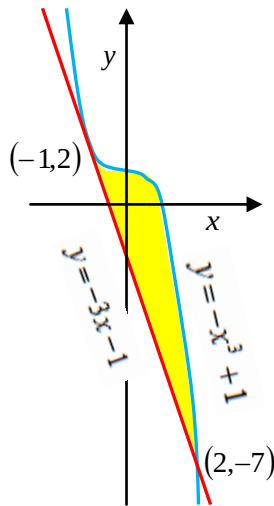
(ב.) המשיק חותך את גרף הפונקציה בנקודה נוספת שבה $x = 2$

מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה

ועל ידי המשיק השטח המקווקו בציר

פתרון

(א.) מצא את משוואת המשיק



נגזרת/שיפוע

$$y' = -3x^2$$

$$y' = m = ?$$

$$x = -1$$

$$m = -3(-1)^2$$

$$m = -3$$

פונקציה

$$y = -x^3 + 1$$

$$x = -1$$

$$y = -(-1)^3 + 1$$

$$y = 2$$

$$(-1, 2)$$

משוואת משיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

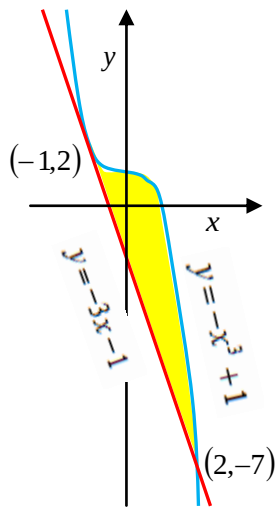
$$(-1, 2) \quad m = -3$$

$$y - 2 = -3(x + 1)$$

$$y = -3x - 3 + 2$$

$$y = -3x - 1$$

(ב). חשב את השטח המוגבל על-ידי הפרבולה ועל-ידי הישר MB (השטח המקווקו בצירור).

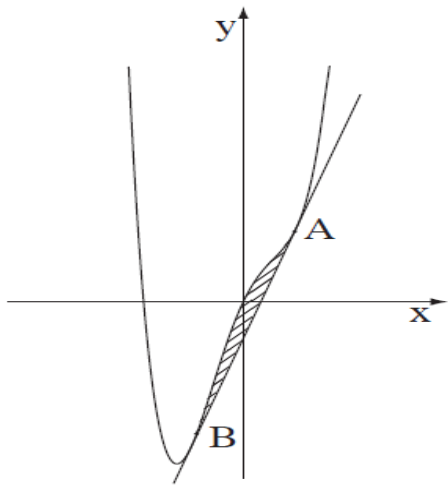


x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = -x^3 + 1$	גדול/ימין
$x = -1$	פונקציה תחתונה	$x = 2$
	$y = -3x - 1$	

- נוסחה
$$S_T = \int_{\text{קטן } x}^{\text{גדול } x} (\text{פונקציה עליונה}) - 1 \cdot (\text{פונקציה תחתונה}) dx$$
- הצבה
$$S_T = \int_{-1}^2 (-x^3 + 1) - 1(-3x - 1) dx$$
- פתיחת סוגריים
$$S_T = \int_{-1}^2 (-x^3 + 1 + 3x + 1) dx$$
- כינוס איברים
$$S_T = \int_{-1}^2 (-x^3 + 3x + 2) dx$$
- אינטגרציה
$$S_T = \left[-\frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 2x \right]_{-1}^2$$
- הצבה x
$$S_T = \left[-\frac{(2)^4}{4} + \frac{3(2)^2}{2} + 2(2) \right] - \left[-\frac{(-1)^4}{4} + \frac{3(-1)^2}{2} + 3(-1) \right]$$
- מחשבון
$$S_T = [6] - \left[-\frac{3}{4} \right]$$
- פתרון סופי
$$S_T = 6\frac{3}{4}$$

תשובה סופית:

$$S = 6\frac{3}{4} \quad (\text{ב}) \quad y = -3x - 1 \quad (\text{א})$$



שאלה מספר 6: מבחן בגרות 35003 מועד ב קיץ תשע"א 2011 .

בשרטוט שלפניך מוצג גרף הפונקציה $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3x$

נתון ישר ששיפועו 3 והוא משיק לגרף הפונקציה

בנקודות A ו B (ראה ציור)

(א.) מצא את שיעורי נקודות ההשקה A ו B.

(ב.) מצא את משוואת הישר AB.

(ג.) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה

ועל ידי המשיק (השטח המקווקו בציור)

פתרון:

(א.) מצא את שיעורי נקודות ההשקה A ו B.

פונקציה

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 3x$$

$$x = -1$$

$$y = (-1)^4 - 2(-1)^2 + 3(-1)$$

$$B(-1, -4)$$

$$x = 1$$

$$y = (1)^4 - 2(1)^2 + 3(1)$$

$$A(1, 2)$$

נגזרת/שיפוע

$$f'(x) = 4x^3 - 4x + 3$$

$$f'(x) = m = 3$$

$$3 = 4x^3 - 4x + 3$$

$$0 = 4x^3 - 4x$$

$$0 = x \cdot (4x^2 - 4)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = -1 \quad x_3 = 1$$

(ב.) מצא את משוואת הישר AB.

משוואת משיק

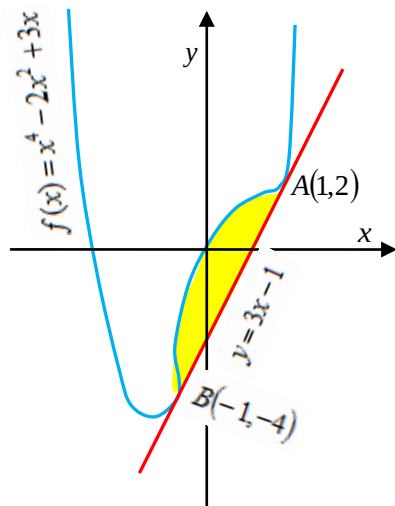
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

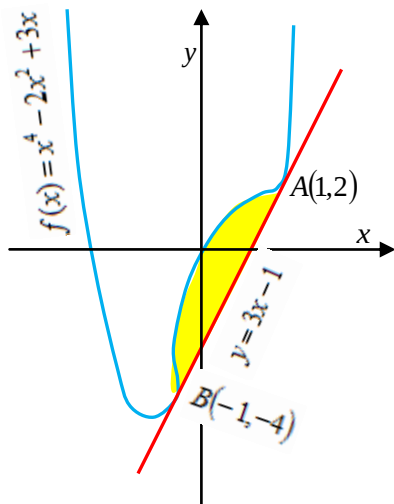
$$(1, 2) \quad m = -3$$

$$y - 2 = 3(x - 1)$$

$$y = 3x - 3 + 2$$

$$y = 3x - 1$$





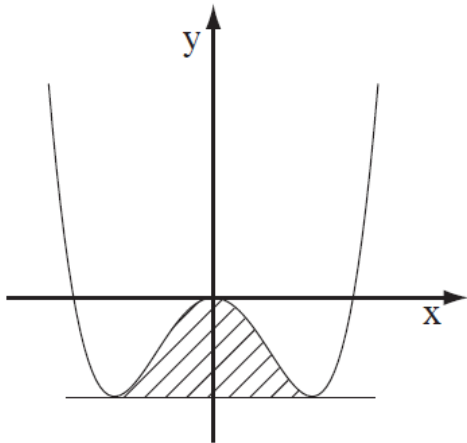
(ג). חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה ועל ידי המשיק (השטח המקווקו בצירור)

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = x^4 - 2x^2 + 3x$	x גדול/ימין
$x = -1$	פונקציה תחתונה $y = 3x - 1$	$x = 1$

- נוסחה $S_T = \int_{(x \text{ קטן})}^{(x \text{ גדול})} (פונקציה \text{ עליונה}) - 1 \cdot (פונקציה \text{ תחתונה}) dx$
- הצבה $S_T = \int_{-1}^1 (x^4 - 2x^2 + 3x) - 1(3x - 1) dx$
- פתיחת סוגריים $S_T = \int_{-1}^1 (x^4 - 2x^2 + 3x - 3x + 1) dx$
- כינוס איברים $S_T = \int_{-1}^1 (x^4 - 2x^2 + 1) dx$
- אינטגרציה $S_T = \left[\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + 1x \right]_{-1}^1$
- הצבה x $S_T = \left[\frac{(1)^5}{5} - \frac{2(1)^3}{3} + 1(1) \right] - \left[\frac{(-1)^5}{5} - \frac{2(-1)^3}{3} + 1(-1) \right]$
- מחשבון $S_T = \left[\frac{8}{15} \right] - \left[-\frac{8}{15} \right]$
- פתרון סופי $S_T = 1\frac{1}{15}$

תשובה סופית :

(א). $A(1, 2)$ $B(-1, -4)$ (ב). $y = 3x - 1$ (ג). $S = 1\frac{1}{15}$



שאלה מספר 7: מבחן בגרות 35803 מועד ב קיץ תשע"א 2011

נתונה הפונקציה $y = x^4 - 2x^2$ (ראה ציור)

(א.) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

(ב.) דרך שתי נקודות המינימום של הפונקציה

מעבירים ישר. הישר מקביל לציר ה- x .

(1) מצא את משוואת הישר.

(2) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה

ובין הישר המקביל לציר ה- x שמצאת בתת סעיף (1)

(השטח המקווקו)

פתרון:

(א.) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

פונקציה

$y = ?$

$$f(x) = x^4 - 2x^2$$

$$f(0) = (0)^4 - 2(0)^2$$

$$(0,0)$$

$$f(1) = (1)^4 - 2(1)^2 = -1$$

$$(1,-1)$$

$$f(-1) = (-1)^4 - 2(-1)^2 = -1$$

$$(-1,-1)$$

נגזרת ראשונה

$m=0$

$$f'(x) = 4x^3 - 4x$$

$$f'(x) = 0$$

$$0 = 4x^3 - 4x$$

$$0 = x(4x^2 - 4)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = -1$$

נגזרת שנייה

$\max/\min$

$$f''(x) = 6x^2 - 8$$

$$f''(x) = 0 = 6(0)^2 - 8 = -8 \cap \max$$

$$f''(x) = 1 = 6(2) - 8 = +4 \cup \min$$

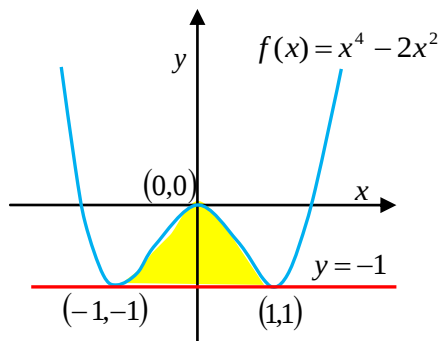
$$f''(x) = -1 = 6(-2) - 8 = +4 \cup \min$$

נקודת הקיצון

$$(0,0) \cap \max \quad (1,-1) \cup \min \quad (-1,-1) \cup \min$$

(ב.) דרך שתי נקודות המינימום של הפונקציה מעבירים ישר. הישר מקביל לציר ה- x .

(1) מצא את משוואת הישר.



משוואת משיק

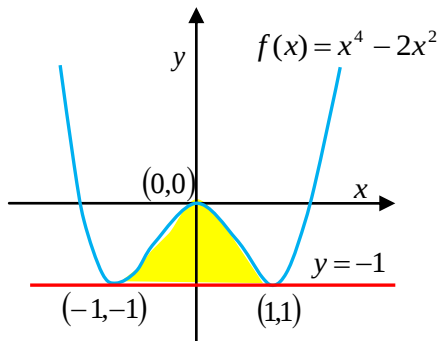
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(1,-1) \quad m = 0$$

$$y + 1 = 0(x - 1)$$

$$y = -1$$

(2) חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה ובין הישר המקביל לציר ה- x
 שמצאת בתת סעיף (1) (השטח המקווקו)



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = x^4 - 2x^2$	x גדול/ימין
$x = -1$	פונקציה תחתונה $y = -1$	$x = 1$

1. נוסחה $S_T = \int_{\text{קטן } x}^{\text{גדול } x} (\text{פונקציה עליונה}) - 1 \cdot (\text{פונקציה תחתונה}) dx$

2. הצבה $S_T = \int_{-1}^1 (x^4 - 2x^2) - 1 \cdot (-1) dx$

3. פתיחת סוגריים $S_T = \int_{-1}^1 (x^4 - 2x^2 + 1) dx$

4. אינטגרציה $S_T = \left[\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} + 1x \right]_{-1}^1$

5. הצבה $S_T = \left[\frac{(1)^5}{5} - \frac{2(1)^3}{3} + 1(1) \right] - \left[\frac{(-1)^5}{5} - \frac{2(-1)^3}{3} + 1(-1) \right]$

6. מחשבון $S_T = \left[\frac{8}{15} \right] - \left[-\frac{8}{15} \right]$

7. פתרון סופי $S_T = 1\frac{1}{15}$

תשובה סופית:

(א) $(-1, -1) \cup \min (0, 0) \cap \max (1, -1) \cup \min (1, -1)$ (ב) $y = -1$ (ג) $S = 1\frac{1}{15}$

שאלה מספר 8 : מבחן בגרות 35803 מועד גנוז קיץ תשע"א 2011

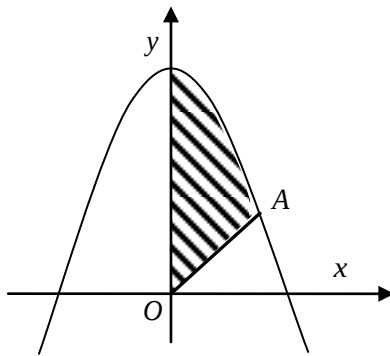
נקודה A שברביע הראשון נמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = 6 - x^2$ (ראה ציור)

א. נתון כי שיעור ה- y של הנקודה A שווה לשיעור ה- x שלה.

(1) מצא את השיעורים של הנקודה A.

(2) מצא את משוואת הישר OA (O ראשית הצירים)

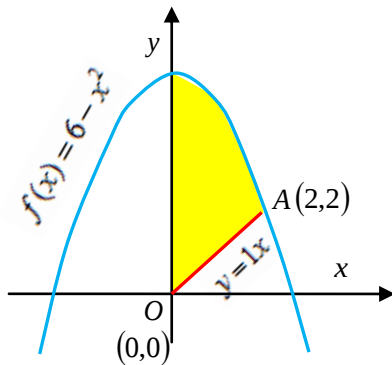
ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הפונקציה הנתונה, על ידי הישר OA ועל ידי ציר ה- y השטח המקווקו בציור).



פתרון:

א. נתון כי שיעור ה- y של הנקודה A שווה לשיעור ה- x שלה.

(1) מצא את השיעורים של הנקודה A.



פונקציה

$$f(x) = 6 - x^2$$

$$y = x$$

$$x = 6 - x^2$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(1) \pm \sqrt{1 - 4(1)(-6)}}{2(1)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = 2$$

נקודה A

$$y = x$$

$$x = 2$$

$$y = 2$$

$$A(2,2)$$

(2) מצא את משוואת הישר OA (O ראשית הצירים)

משוואת OA

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

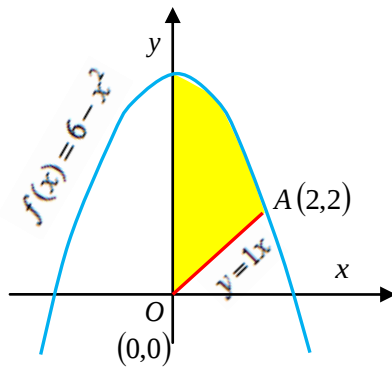
$$(2,2) \quad (0,0) \quad m = \frac{2-0}{2-0} = 1$$

$$y - 2 = 1(x - 2)$$

$$y = 1x - 2 + 2$$

$$y = 1x$$

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הפונקציה הנתונה, על ידי הישר OA ועל ידי ציר ה-y (השטח המקווקו בצירור).



x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 6 - x^2$	גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה	$x = 2$
	$y = 1x$	

1. נוסחה

$$S_T = \int_{\text{קטן } x}^{\text{גדול } x} (\text{פונקציה עליונה}) - 1 \cdot (\text{פונקציה תחתונה}) dx$$

2. הצבה

$$S_T = \int_0^2 (6 - x^2) - 1(1x) dx$$

3. פתיחת סוגריים

$$S_T = \int_0^2 (6 - x^2 - 1x) dx$$

4. כינוס איברים

$$S_T = \int_0^2 (-x^2 - 1x + 6) dx$$

5. אינטגרציה

$$S_T = \left[-\frac{x^3}{3} - \frac{1x^2}{2} + 6x \right]_0^2$$

6. הצבה x

$$S_T = \left[-\frac{(2)^3}{3} - \frac{1(2)^2}{2} + 6(2) \right] - \left[-\frac{(0)^3}{3} - \frac{1(0)^2}{2} + 6(0) \right]$$

7. מחשבון

$$S_T = \left[7\frac{1}{3} \right] - [0]$$

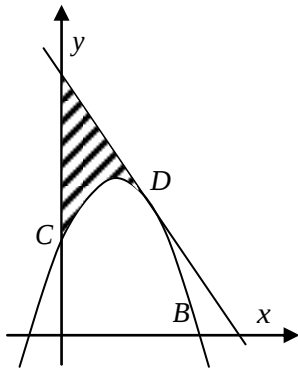
8. פתרון סופי

$$S_T = 7\frac{1}{3}$$

תשובה סופית :

$$S = 7\frac{1}{3} \quad (1א) \quad A(2,2) \quad (2א) \quad y = x \quad (ב)$$

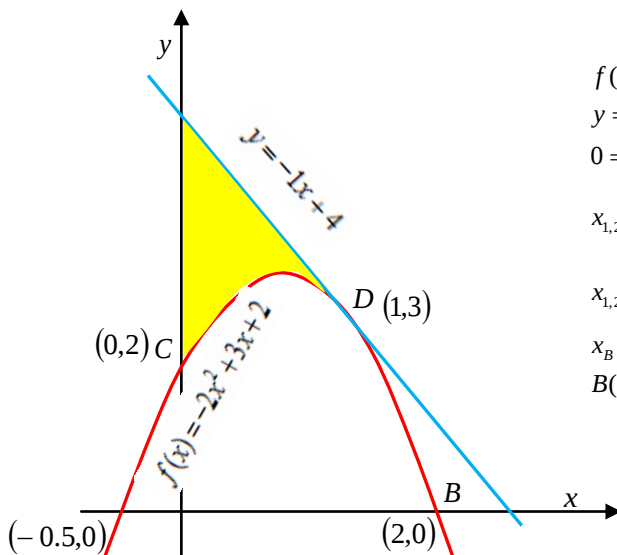
שאלה מספר 9: מבחן בגרות 35803 מועד חצב/ ברק תשע"א 2011.



- בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$ הנקודות B ו-C הן שתיים מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים. (כמתואר בציור).
- (א) מצא את שיעורי הנקודות B ו-C.
 (2) מצא את שיפועו של הישר BC.
 (ב) נתון כי הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה D מקביל לישר BC.
 (1) מצא את שיעורי נקודת ההשקה D.
 (2) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה D.
 (ג) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה-y (השטח המקווקו בציור).

פתרון:

(1א) מצא את שיעורי הנקודות B ו-C.



נקודה B

$$f(x) = -2x^2 + 3x + 2$$

$$y = 0$$

$$0 = -2x^2 + 3x + 2$$

$$x_{1,2} = \frac{-(3) \pm \sqrt{9 - 4(-2)(2)}}{2(-2)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{-4}$$

$$x_B = 2 \quad x_2 = -0.5$$

$$B(2,0)$$

נקודה C

$$f(x) = -2x^2 + 3x + 2$$

$$x = 0$$

$$y = -2(0)^2 + 3(0) + 2$$

$$y = 2$$

$$C(0,2)$$

(2א) מצא את שיפועו של הישר BC.

שיפוע BC

$$m_{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{BC} = \frac{2 - 0}{0 - 2} = -1$$

(ב) נתון כי הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה D מקביל לישר BC.

(1) מצא את שיעורי נקודת ההשקה D.

(2) מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה D.

"קווים מקבילים שיפועים זהים"

$$m_{BC} = m_{\text{משיק}}$$

נקודה D

$$f(x) = -2x^2 + 3x + 2$$

$$x_D = 1$$

$$y = -2(1)^2 + 3(1) + 2$$

$$y_D = 3$$

$$D(1,3)$$

נגזרת/שיפוע

$$f'(x) = -4x + 3$$

$$m_{BC} = m_{\text{משיק}}$$

$$f'(x) = m = -1$$

$$-1 = -4x + 3$$

$$4x = 4$$

$$x_D = 1$$

משוואת OA

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

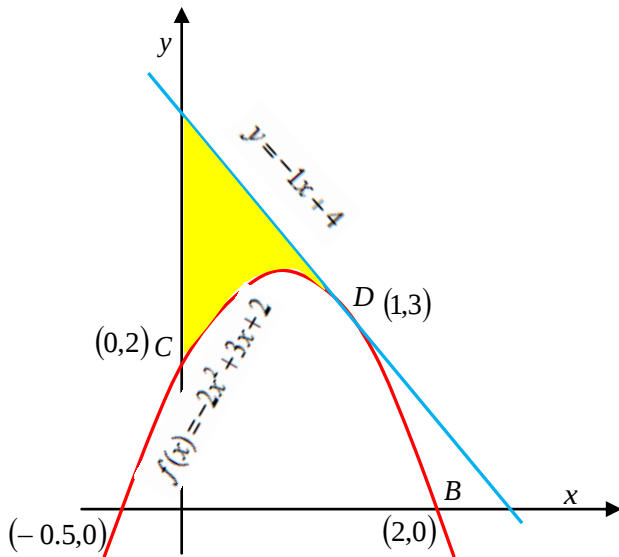
$$(1,3) \quad m = -1$$

$$y - 3 = -1(x - 1)$$

$$y = -1x + 1 + 3$$

$$y_{\text{משיק}} = -1x + 4$$

(ג) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק וציר ה- y (השטח המקווקו בצירור).



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = -1x + 4$	x גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה $y = -2x^2 + 3x + 2$	$x = 1$

1. נוסחה

$$S_T = \int_{\text{קטן } x}^{\text{גדול } x} (\text{פונקציה עליונה}) - 1 \cdot (\text{פונקציה תחתונה}) dx$$

2. הצבה

$$S_T = \int_0^1 (-1x + 4) - 1(-2x^2 + 3x + 2) dx$$

3. פתיחת סוגריים

$$S_T = \int_0^1 (-1x + 4 + 2x^2 - 3x - 2) dx$$

4. כינוס איברים

$$S_T = \int_0^1 (2x^2 - 4x + 2) dx$$

5. אינטגרציה

$$S_T = \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 2x \right]_0^1$$

6. הצבה x

$$S_T = \left[\frac{2(1)^3}{3} - \frac{4(1)^2}{2} + 2(1) \right] - \left[\frac{2(0)^3}{3} - \frac{4(0)^2}{2} + 2(0) \right]$$

7. מחשבון

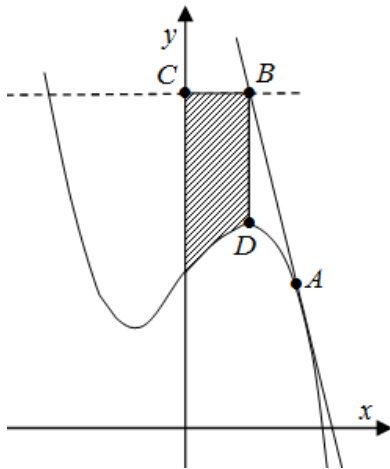
$$S_T = \left[\frac{2}{3} \right] - [0]$$

8. פתרון סופי

$$S_T = \frac{2}{3}$$

תשובה סופית:

$$S = \frac{2}{3} \quad (א) \quad y = -1x + 4 \quad (ב) \quad D(1,3) \quad (ג) \quad M_{BC} = -1 \quad (ד) \quad C(0,2) \quad B(2,0) \quad (ה)$$

שאלה מספר 10 : מבחן בגרות 35003 מועד פברואר תשע"ב 2012.

- נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + 3x + 6$ מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה A. ששעור ה- x שלה הוא 2 (ראה ציור).
א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.
ב. B היא נקודה על המשיק, שמצאת בסעיף א, ושעור ה- y שלה הוא 13.
 דרך הנקודה B מעבירים שני ישרים:
 האחד מקביל לציר ה- x וחותר את ציר ה- y בנקודה C.
 השני מקביל לציר ה- y וחותר את גרף הפונקציה בנקודה D.
(1) מצא את שיעור ה- x של הנקודה B.
(2) רשום את משוואת הישר BC.
ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, הישר BD, הישר BC וציר ה- y (השטח המקווקו בציור).
פתרון:

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.

נקודה A

$$\begin{aligned} f(x) &= -x^3 + 3x + 6 \\ x &= 2 \\ y &= -(2)^3 + 3(2) + 6 \\ y &= 4 \\ A(2, 4) \end{aligned}$$

השיפוע בנקודה A

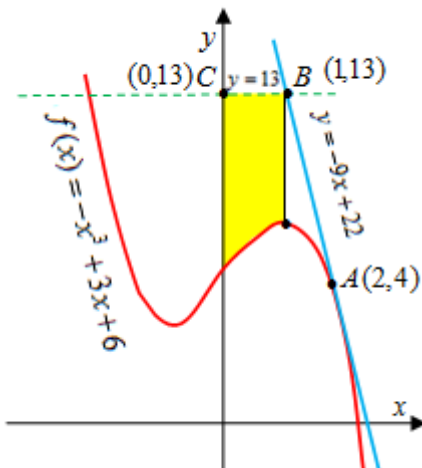
$$\begin{aligned} f(x) &= -x^3 + 3x + 6 \\ f'(x) &= -3x^2 + 3 \\ x &= 2 \\ m &= -3(2)^2 + 3 \\ m &= -9 \end{aligned}$$

המשיק בנקודה A

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m \cdot (x - x_1) \\ (2, 4) \quad m &= -9 \\ y - 4 &= -9(x - 2) \\ y - 4 &= -9x + 18 + 4 \\ y &= -9x + 18 + 4 \\ y &= -9x + 22 \end{aligned}$$

ב. B היא נקודה על המשיק, שמצאת בסעיף א, ושעור ה- y שלה הוא 13.
 דרך הנקודה B מעבירים שני ישרים:

- האחד מקביל לציר ה- x וחותר את ציר ה- y בנקודה C.
 השני מקביל לציר ה- y וחותר את גרף הפונקציה בנקודה D.
(1) מצא את שיעור ה- x של הנקודה B.
(2) רשום את משוואת הישר BC.

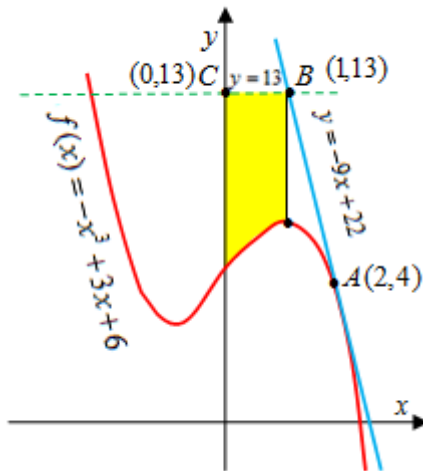
**נקודה B**

$$\begin{aligned} y &= -9x + 22 \\ y &= 13 \\ 13 &= -9x + 22 \\ 9x &= 9 \\ x &= 1 \\ B(1, 13) \end{aligned}$$

משוואת BC

$$\begin{aligned} m &= 0 \text{ מקביל לציר } x \\ (1, 13) \quad m &= 0 \\ y - 13 &= 0(x - 1) \\ y &= 13 \end{aligned}$$

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, הישר BD, הישר BC וציר ה-y (השטח המקווקו בצירור).



x	פונקציה עליונה	x
קטן/שמאל	$y = 13$	גדול/ימין
	פונקציה תחתונה	
$x = 0$	$g = -x^3 + 3x + 6$	$x = 1$

- נוסחה $S_T = \int_{(x \text{ קטן})}^{(x \text{ גדול})} (\text{פונקציה עליונה}) - 1 \cdot (\text{פונקציה תחתונה}) dx$
- הצבה $S_T = \int_0^1 (13) - 1 (-x^3 + 3x + 6) dx$
- פתיחת סוגריים $S_T = \int_0^1 (13 + x^3 - 3x - 6) dx$
- כינוס איברים $S_T = \int_0^1 (x^3 - 3x + 7) dx$
- אינטגרציה $S_T = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + 7x \right]_0^1$
- הצבה x $S_T = \left[\frac{(1)^4}{4} - \frac{3(1)^2}{2} + 7(1) \right] - \left[\frac{(0)^4}{4} - \frac{3(0)^2}{2} + 7(0) \right]$
- מחשבון $S_T = \left[5\frac{3}{4} \right] - [0]$
- פתרון סופי $S_T = 5\frac{3}{4}$

תשובה סופית:

(א) משוואת במשיק היא $y = -9x + 22$ (ב1) $x_B = 1$ (ב2) $y = 13$ (ג) $S = 5.75$