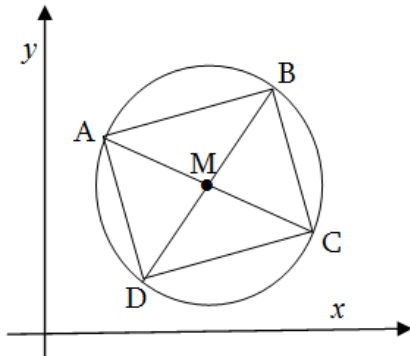


שאלון: 35803.	
משקל הבחינה – 40%	זמן הבחינה – שעהיים

חלק א' -אלגברה	
1-2	פרק 1: בעיות מילוליות: - קניה ומכירה, (תנועה, גיאומטריה)
1-2	פרק 2: הנדסה אנליטית : – מאונך מקביל, מעגל
חלק ב' : חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי	
3	פרק 3: חדו"א חקירה ומשיק (פולינום, $\frac{1}{x}$, $\sqrt{x}$)
	פרק 4: חדו"א בעיות קיצון (פולינום, $\frac{1}{x}$, $\sqrt{x}$)
	פרק 5: אינטגרל (פולינום בלבד)

כתב וערך: יוסי דהן

א. מציאת משוואת המעגל

שאלה מספר 1: מבחן בגרות 35003 מועד יולי תשס"ז 2007ברביבוע ABCD $B(8,10)$.משוואת האלכסון AC היא $y = -\frac{1}{2}x + 9$ משוואת האלכסון BD היא $y = 2x - 6$

א. מצא את שיעורי נקודת חיתוך האלכסונים

ב. מצא את שיעורי הקדקוד D.

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע ABCD.

פתרון:**(א) מצא את שיעורי נקודת חיתוך האלכסונים M ואת שיעורי הקדקוד D.****נקודה M**

$$y_{BD} = y_{AC}$$

$$2x - 6 = -\frac{1}{2}x + 9 \quad y = 2x - 6$$

$$2x + \frac{1}{2}x = 9 + 6 \quad x = 6$$

$$2\frac{1}{2}x = 15 \quad y = 2(6) - 6$$

$$x = 6 \quad y = 6$$

$$M(6,6)$$

תשובה: חיתוך האלכסונים $M(6,6)$ **(ב) מצא את שיעורי הקדקוד D.****נקודה D**

$$\begin{array}{ccc} B & D & D \\ (8,10) & (6,6) & (x_2, y_2) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} x_1, y_1 & x_M, y_M & \\ x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} & y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} & \end{array}$$

$$6 = \frac{(8) + x_2}{2} \quad 6 = \frac{(10) + y_2}{2}$$

$$12 = 8 + x_2 \quad 12 = 10 + y_2$$

$$x_D = 4 \quad D(4,2) \quad y_D = 2$$

תשובה: $D(4,2)$ **(ג) מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע ABCD.****משוואת המעגל**

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(6,6)$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 = R^2$$

$$B(8,10)$$

$$(8-6)^2 + (10-6)^2 = R^2$$

$$20 = R^2$$

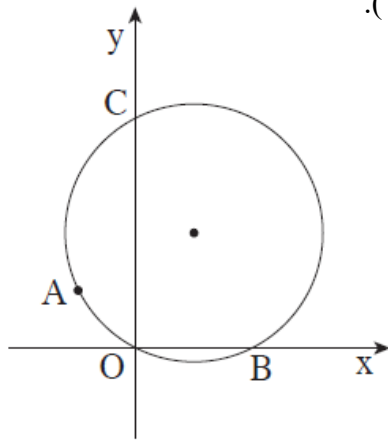
$$(x-6)^2 + (y-6)^2 = 20$$

$$(x-6)^2 + (y-6)^2 = 20 \quad \text{תשובה:}$$

תשובה סופית:**(א) חיתוך האלכסונים $M(6,6)$ (ב) $D(4,2)$ (ג) $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 20$**

פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ - יוסי דהן"

בכתובת : <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

שאלה מספר 2: מבחן בגרות 35803 מועד ב' תש"ע 2010

מעגל שמרכזו $(2,4)$ עובר דרך ראשית הצירים $O(0,0)$ (ראה ציור).

(א). (1) מצא את רדיוס המעגל.

(2) רשום את משוואת המעגל

הנקודה A ששיעור ה- y שלה הוא 2 ונמצאת על המעגל, ברביע השני.

(ב) מצא את שיעור ה- x של הנקודה A.

(ג). המעגל חותך את ציר ה- x בנקודה נוספת B, ואת ציר ה- y בנקודה נוספת C (ראה ציור).

(1) מצא את שיעורי הנקודות B ו- C

(2) האם המיתר AO מקביל למיתר BC? נמק

(ד) חשב את שטח המשולש AOB.

פתרון:

(א) (1) מצא את רדיוס המעגל.

מציאת רדיוס המעגל R

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(2,4)$$

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = R^2$$

$$R^2 = 20$$

$$R = \sqrt{20} = 4.47$$

(2) מצא את משוואת המעגל

משוואת המעגל

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

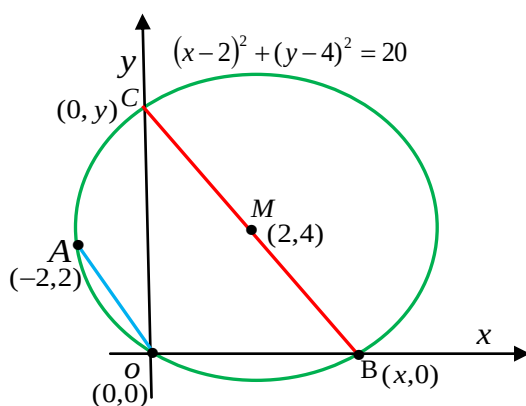
$$M(2,4) \quad R^2 = 20$$

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20 \quad (2א) \quad R = \sqrt{20} = 4.47 \quad (1א) \quad \text{תשובה:}$$

(ב) הנקודה A ששיעור ה- y שלה הוא 2, ונמצאת ברביע השני.

מצא את שיעור ה- x של הנקודה A.



נקודה A

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$y = 2$$

$$(x-2)^2 + (2-4)^2 = 20$$

$$(x-2)^2 + 4 = 20$$

$$(x-2)^2 = 20 - 4$$

$$x-2 = \pm\sqrt{16}$$

$$x = \pm 4 + 2$$

$$x = +4 + 2 \quad x = -4 + 2$$

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = -2$$

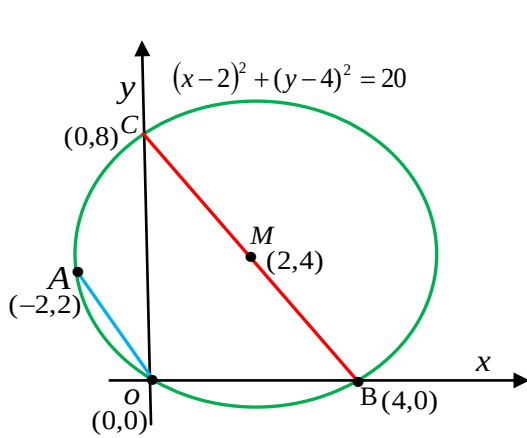
$$A(-2,2)$$

תשובה: הנקודה A $(-2,2)$ ברביע השני

(ג). המעגל חותך את ציר ה- x בנקודה נוספת B, ואת ציר ה- y בנקודה נוספת C (ראה ציור).

(1) מצא את שיעורי הנקודות B ו- C

(2) האם המיתר AO מקביל למיתר BC ? נמק



נקודה B

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$y = 0$$

$$(x-2)^2 + (0-4)^2 = 20$$

$$(x-2)^2 + 16 = 20$$

$$(x-2)^2 = 20 - 16$$

$$x-2 = \pm\sqrt{4}$$

$$x = \pm 2 + 2$$

$$x = -2 + 2 \quad x = +2 + 2$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 4$$

$$B(4,0)$$

נקודה C

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$x = 0$$

$$(0-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$4 + (y-4)^2 = 20$$

$$(y-4)^2 = 20 - 4$$

$$y-4 = \pm\sqrt{16}$$

$$y = \pm 4 + 4$$

$$y = -4 + 4 \quad y = +4 + 4$$

$$y_1 = 0 \quad y_2 = 8$$

$$C(0,8)$$

שיפוע AO

$$A(-2,2) \quad O(0,0)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m_{AO} = \frac{(-2) - (0)}{(2) - (0)} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$m_{AO} = -1$$

שיפוע BC

$$B(-2,2) \quad C(0,0)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

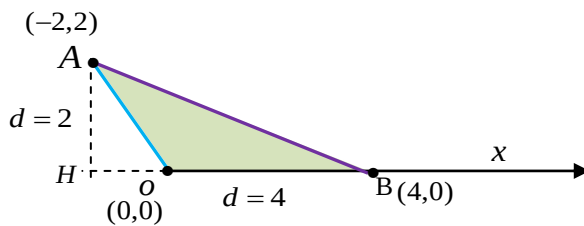
$$m_{BC} = \frac{(8) - (0)}{(0) - (4)} = \frac{8}{-4}$$

$$m_{BC} = -2$$

תשובה:

שיפועים לא זהים לכן הישרים לא מקבילים $m_{AO} \neq m_{BC}$ (1ג) B(4,0) C(0,8)

(ד) חשב את שטח המשולש AOB.



$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{OB \cdot AH}{2}$$

$$S_{AOB} = \frac{4 \cdot 2}{2}$$

$$S_{AOB} = 4$$

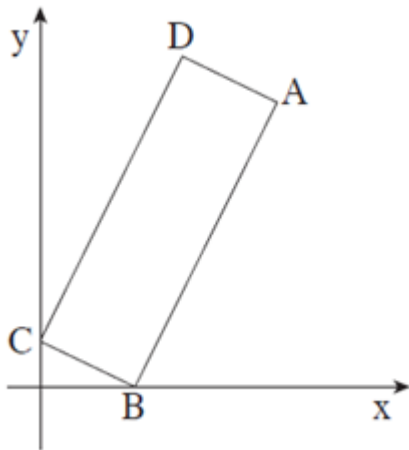
תשובה: $S_{AOB} = 4$

תשובה סופית :

$$x_A = -2 \quad A(-2,2) \quad (ב) \quad (x-2)^2 + (y-4)^2 = 20 \quad (2א) \quad R = \sqrt{20} = 4.47 \quad (1א)$$

שיפועים לא זהים לכן הישרים לא מקבילים $m_{AO} \neq m_{BC}$ (1ג) B(4,0) C(0,8)

$$S_{AOB} = 4 \quad (ד)$$

שאלה מספר 3: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ח 2008

- קדקוד C של המלבן ABCD מונח על ציר ה- y
 וקדקוד B של המלבן מונח על ציר ה- x (ראה ציור)
 שיעור ה- x של קדקוד A הוא 10.
 ומשוואת הצלע AB היא $y = 2x - 8$
 א. מצא את השיפוע של הצלע BC
 ב. מצא את שיעורי הקדקודים A, B, C.
 ג. AC הוא קוטר במעגל
 (1) מצא את משוואת המעגל
 (2) מצא את נקודת החיתוך של המעגל עם ציר ה- x .

פתרון:**א. מצא את השיפוע של הצלע BC****משוואת BC**

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(4,0) \quad m = -\frac{1}{2}$$

$$y + 0 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$

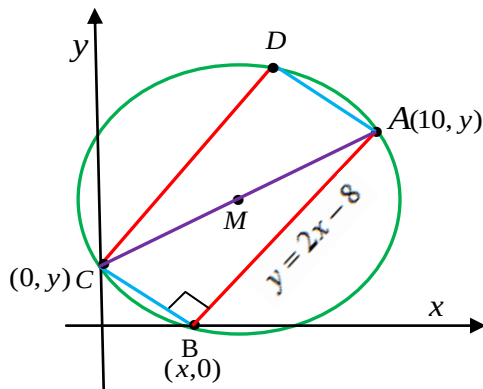
$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

שיפוע BC

$$m_{AB} = 2 \quad m_{BC} = -\frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

$$m_{AB} = 2 \quad m_{BC} = -\frac{1}{2} \quad \text{תשובה:}$$

ב. מצא את שיעורי הקדקודים A, B, C.**נקודה C**

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$x = 0$$

$$y = -\frac{1}{2}(0) + 2$$

$$y = 2$$

$$C(0,2)$$

נקודה A

$$y = 2x - 8$$

$$x = 10$$

$$y = 2(10) - 8$$

$$y = 12$$

$$A(10,12)$$

נקודה B

$$y = 2x - 8$$

$$y = 0$$

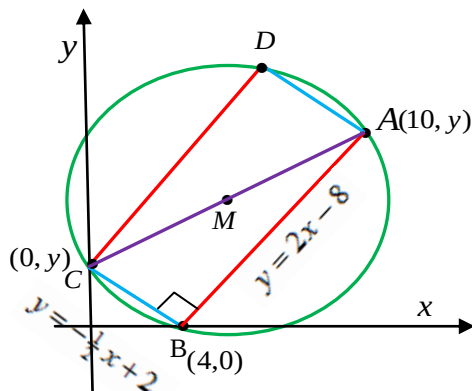
$$0 = 2x - 8$$

$$8 = 2x$$

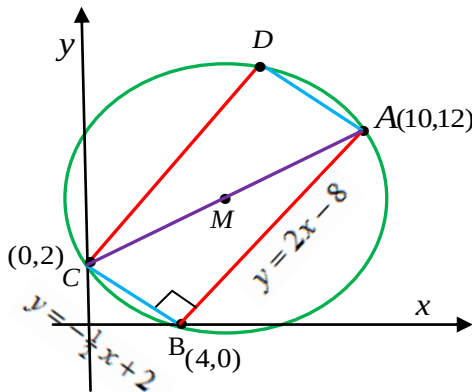
$$x = 4$$

$$B(4,0)$$

$$A(10,12) \quad C(0,2) \quad B(4,0) \quad \text{תשובה:}$$



ג. AC הוא קוטר במעגל (1) מצא את משוואת המעגל



משוואת המעגל

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(5,7)$$

$$(x-5)^2 + (y-7)^2 = R^2$$

$$A(0,2)$$

$$(0-5)^2 + (2-7)^2 = R^2$$

$$R^2 = 50$$

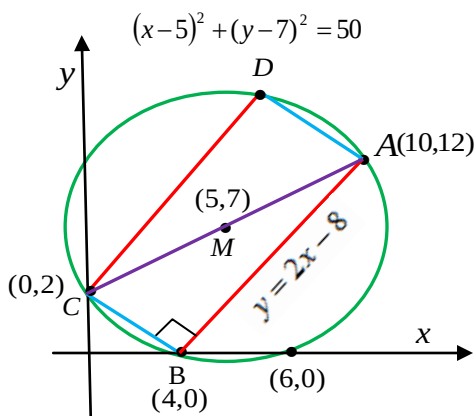
$$(x-5)^2 + (y-7)^2 = 50$$

מרכז המעגל

C	M	A
(0,2)	(x_M, y_M)	(10,12)
x_1, y_1		x_2, y_2
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$		$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$x_M = \frac{(0) + (10)}{2}$		$y_M = \frac{(2) + (12)}{2}$
$x_M = 5$		$y_M = 7$
$M(5,7)$		

תשובה: $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 50$

ג2) מצא את נקודת החיתוך של המעגל עם ציר ה-x.



חיתוך עם ציר ה-x

$$(x-5)^2 + (y-7)^2 = 50$$

$$y = 0$$

$$(x-5)^2 + (0-7)^2 = 50$$

$$(x-5)^2 = 50 - 49$$

$$x-5 = \pm\sqrt{1}$$

$$x = \pm 1 + 5$$

$$x_1 = 6 \quad x_2 = 4$$

$$(6,0) \quad (4,0)$$

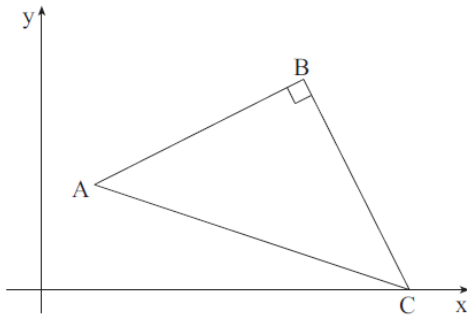
תשובה: (4,0) (6,0)

תשובה סופית:

(א) $m_{AB} = 2 \quad m_{BC} = -\frac{1}{2}$

(ב) $A(10,12) \quad C(0,2) \quad B(4,0)$

(ג1) $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 50$ (ג2) (4,0) (6,0)

שאלה מספר 4: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ה 2005במשולש ישר זווית ABC (זווית B = 90°)

קדקוד C נמצא על ציר ה-x (ראה ציור)

נתון $A(1,2)$ $B(5,4)$

* מצא את המשוואה של BC.

(א) מצא את שיעורי הנקודה C.

(ב) מצא את משוואת המעגל שהקוטר שלו הוא AC.

(ג) האם הנקודה B נמצאת על המעגל שמצאת בסעיף ב' ? נמק.

פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודה C.

שיפוע AB $A(1,2)$ $B(5,4)$ (x_1, y_1) (x_2, y_2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AB} = \frac{(4) - (2)}{(5) - (1)} = \frac{2}{4}$$

$$m_{AB} = \frac{1}{2}$$

שיפוע BC

$$m_{AB} = \frac{1}{2} \quad m_{BC} = -2$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת BC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(5,4) \quad m = -2$$

$$y - 4 = -2(x - 5)$$

$$y = -2x + 10 + 4$$

$$y = -2x + 14$$

נקודה C

$$y = -2x + 14$$

$$y = 0$$

$$0 = -2x + 14$$

$$2x = 14$$

$$x = 7$$

$$C(7,0)$$

תשובה: $C(7,0)$

(ב) מצא את משוואת המעגל שהקוטר שלו הוא AC.

מרכז המעגל

C (7,0) M (x_M, y_M) A (1,2)

x₁, y₁ x₂, y₂

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$x_M = \frac{(7) + (1)}{2} \quad y_M = \frac{(0) + (2)}{2}$$

$$x_M = 4 \quad y_M = 1$$

M(4,1)**משוואת המעגל**

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$M(4,1)$$

$$(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = R^2$$

$$A(1,2)$$

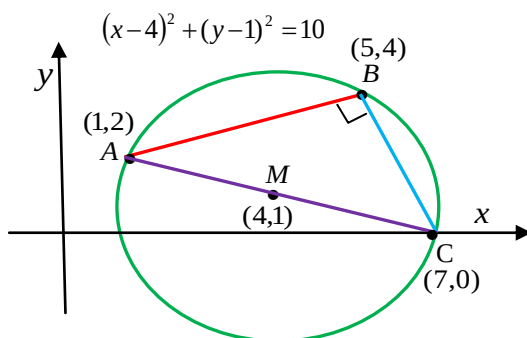
$$(1 - 4)^2 + (2 - 1)^2 = R^2$$

$$R^2 = 10$$

$$(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 10$$

תשובה: $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 10$

(ג) האם הנקודה B נמצאת על המעגל שמצאת בסעיף ב' ? נמק.

**משוואת המעגל**

$$(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 10$$

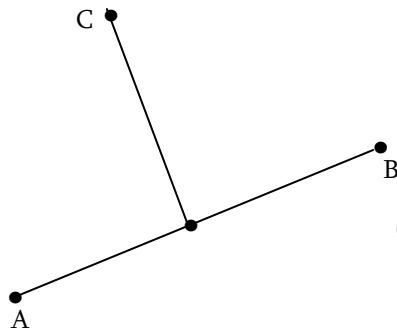
$$B(5,4)$$

$$(5 - 4)^2 + (4 - 1)^2 = 10$$

$$10 = 10$$

תשובה: כן $10 = 10$ **תשובה סופית:**(א) $C(7,0)$ (ב) $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 10$ (ג) כן (ד) כן

שאלה מספר 5: מבחן בגרות 35003 מועד חצב / ברק תשס"ז 2007

קצות הקטע AB הם : $B(1,-4)$ $A(9,0)$

דרך אמצע הקטע AB העבירו אנך לקטע .

א. (1) מצא את אמצע הקטע AB.

ב. (2) מצא את משוואת האנך.

ג. מצא את משוואת המעגל שקוטרו AB.

הישר $y = 4$ חותך בנקודה C את האנך ,

שאת משוואתו מצאת בתת סעיף א (2) קבע אם נקודה C

נמצאת על המעגל שקוטרו AB נמק על ידי חישוב

פתרון:

(א) (1) מצא את אמצע הקטע AB.

$$\begin{array}{ccc}
 B & M & A \\
 (1,-4) & (x_M, y_M) & (9,0) \\
 x_1, y_1 & & x_2, y_2 \\
 x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} & y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} & \\
 x_M = \frac{(9) + (1)}{2} & y_M = \frac{(-4) + (0)}{2} & \\
 x_M = 5 & y_M = -2 & \\
 & M(5, -2) &
 \end{array}$$

תשובה: $M(5, -2)$

(2) מצא את משוואת האנך.

שיפוע האנך
 $m_{AB} = \frac{1}{2} \quad m_{BC} = -2$
 שיפוע הופכי נגדי

שיפוע AB
 $A(9,0) \quad B(1,-4)$
 $(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$

משוואת האנך
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(5, -2) \quad m = -2$
 $y + 2 = -2(x - 5)$
 $y = -2x + 10 - 2$
 $y = -2x + 8$

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
 m_{AB} &= \frac{-4 - 0}{1 - 9} = \frac{-4}{-8} \\
 m_{AB} &= \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

תשובה: $y_{\text{אנך}} = -2x + 8$ משוואת המעגל

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$M(5, -2)$

(ב) מצא את משוואת המעגל שקוטרו AB.

$$\begin{aligned}
 (x - 5)^2 + (y + 2)^2 &= R^2 \\
 A(9, 0) \\
 (9 - 5)^2 + (0 + 2)^2 &= R^2 \\
 R^2 &= 20 \\
 (x - 5)^2 + (y + 2)^2 &= 20
 \end{aligned}$$

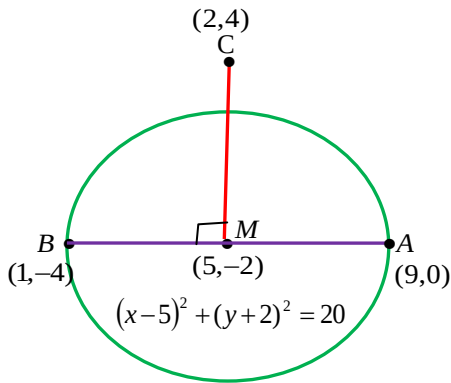
תשובה: $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 20$

פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ - יוסי דהן"

בכתובת : <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

(ג) הישר $y = 4$ חותך בנקודה C את האנג, שאת משוואתו מצאת בתת סעיף א (2)

קבע אם נקודה C נמצאת על המעגל שקוטרו AB נמק על ידי חישוב



משוואת המעגל

$$B(10,8)$$

$$(x-5)^2 + (y+2)^2 = 20$$

$$(2-5)^2 + (4+2)^2 = 20$$

$$45 \neq 20$$

לא

נקודה C

$$y = -2x + 8$$

$$y = 4$$

$$4 = -2x + 8$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$C(2,4)$$

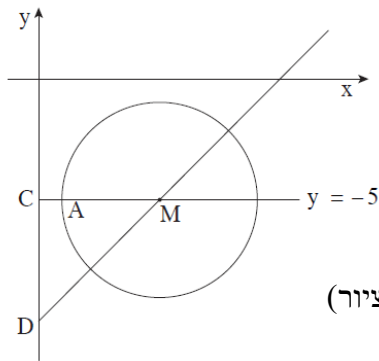
תשובה: לא. $45 \neq 20$

תשובה סופית:

$$y_{\text{האנג}} = -2x + 8 \quad (2\text{א}) \quad M(5, -2) \quad (1\text{א})$$

$$(x-5)^2 + (y+2)^2 = 20 \quad (2\text{ב}) \quad (3\text{ג}) \quad \text{לא. } 45 \neq 20$$

שאלה מספר 6: מבחן בגרות 35803 מועד א' תשס"ט 2009

הנקודה M נמצאת על הישר שמשוואתו $y = x - 10$ וגם על הישר שמשוואתו $y = -5$ (ראה ציור)

א. מצא את השיעורים של הנקודה M

הנקודה M היא מרכז המעגל.

הנקודה A(1, -5) נמצאת על מעגל זה. (ראה ציור)

ב. (1) מצא את רדיוס המעגל.

(2) רשום את משוואת המעגל

ג. הישר $y = -5$ חותך את ציר ה- y בנקודה Cוהישר $y = x - 10$ חותך את ציר ה- y בנקודה D (ראה ציור)

מצא את שטח המשולש DCM

פתרון:**(א) מצא את השיעורים של הנקודה M הנקודה M היא מרכז המעגל.****הנקודה A(1, -5) נמצאת על מעגל זה. (ראה ציור)**נקודה M

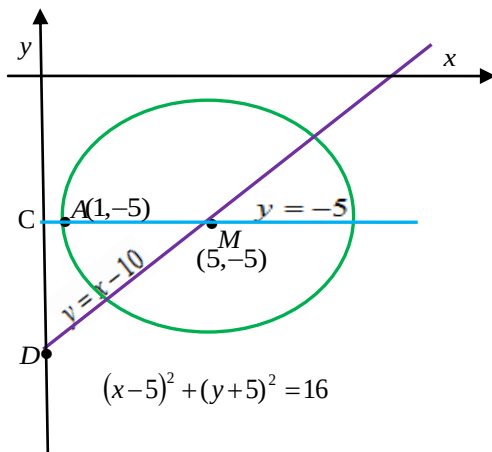
$$y = x - 10$$

$$y = -5$$

$$-5 = x - 10$$

$$x = 5$$

$$M(5, -5)$$

תשובה: $M(5, -5)$ **(ב) מצא את רדיוס המעגל.**משוואת המעגל

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(5, -5)$$

$$(x-5)^2 + (y+5)^2 = R^2$$

$$A(1, -5)$$

$$(1-5)^2 + (5+5)^2 = R^2$$

$$R^2 = 16$$

$$R = \sqrt{16} = 4$$

תשובה: $R = 4$ **(2) רשום את משוואת המעגל**משוואת המעגל

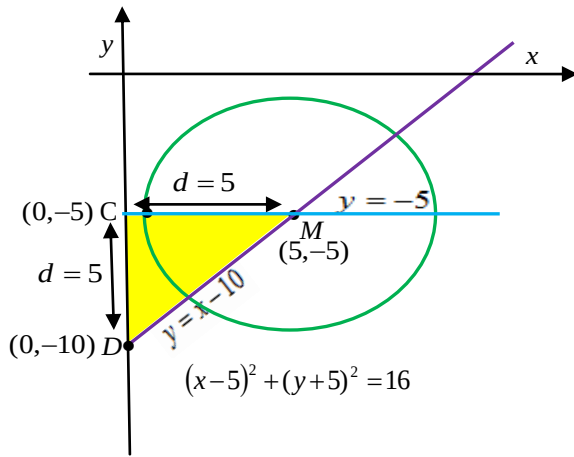
$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(5, -5) \quad R^2 = 16$$

$$(x-5)^2 + (y+5)^2 = 16$$

תשובה: $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 16$

(ג) הישר $y = -5$ חותך את ציר ה- y בנקודה C והישר $y = x - 10$ חותך את ציר ה- y בנקודה D (ראה ציור) מצא את שטח המשולש DMC

נקודה D

$$y = x - 10$$

$$x = 0$$

$$y = (0) - 10$$

$$y = -10$$

$$D(0, -10)$$

נקודה C

$$y = -5$$

$$x = 0$$

$$C(0, -5)$$

מצא את שטח המשולש DCM

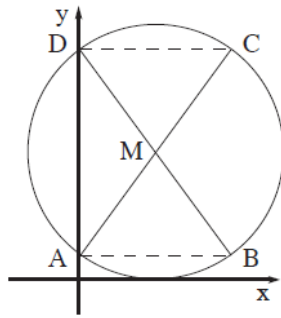
$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{DMC} = \frac{5 \cdot 5}{2} \quad S_{DMC} = 12.5$$

תשובה: $S_{DMC} = 12.5$ תשובה סופית:

(א) $M(5, -5)$ (ב1) $R = 4$ (ב2) $(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 16$ (ג) $S_{DMC} = 12.5$

שאלה מספר 7: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ז 2007



מעגל שמרכזו M חותך את ציר ה- y בנקודות A ו-D.
DB ו-AC הם קטרים במעגל
(ראה ציור)

משוואת AC היא: $y = \frac{4}{3}x + 1$

משוואת DB היא: $y = -\frac{4}{3}x + 9$

א. מצא את השיעורים של הנקודות A, D, ו-M.

ב. מצא את משוואת המעגל.

ג. הראה כי המיתרים DC ו-AB מקבילים לציר ה-x.

ד. מצא את שטח המשולש DMC.

פתרון:

(א) מצא את השיעורים של הנקודות A, D, ו-M.

נקודה M

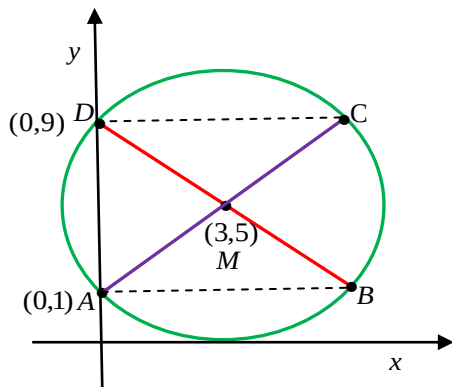
$$\begin{aligned} y_{BD} &= y_{AC} \\ -\frac{4}{3}x + 9 &= \frac{4}{3}x + 1 & y &= \frac{4}{3}x + 1 \\ 9 - 1 &= \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}x & x &= 3 \\ 8 &= 2\frac{2}{3}x & y &= \frac{4}{3}(3) + 1 \\ x &= 3 & y &= 5 \\ & & M &= (3,5) \end{aligned}$$

נקודה A

$$\begin{aligned} y &= \frac{4}{3}x + 1 \\ x &= 0 \\ y &= \frac{4}{3}(0) + 1 \\ y &= 1 \\ A &= (0,1) \end{aligned}$$

נקודה D

$$\begin{aligned} y &= -\frac{4}{3}x + 9 \\ x &= 0 \\ y &= -\frac{4}{3}(0) + 9 \\ y &= 9 \\ D &= (0,9) \end{aligned}$$



תשובה: $A(0,1)$ $D(0,9)$ $M(3,5)$

(ב) מצא את משוואת המעגל.

משוואת המעגל

$$\begin{aligned} (x-a)^2 + (y-b)^2 &= R^2 \\ M(3,5) \\ (x-3)^2 + (y-5)^2 &= R^2 \\ A(0,1) \\ (0-3)^2 + (1-5)^2 &= R^2 \\ R^2 &= 25 \\ (x-3)^2 + (y-5)^2 &= 25 \end{aligned}$$

תשובה: $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$

(ג) הראה כי המיתרים DC ו-AB מקבילים לציר ה-x.
(1) נחשב את הנקודות B ו-C בנוסחה של אמצע הקטע

נקודה D

$$\begin{array}{ccc} D & M & B \\ (0,9) & (3,5) & (x_2, y_2) \\ x_1, y_1 & x_M, y_M & \\ x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} & y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} & \\ 3 = \frac{(0) + x_2}{2} & 5 = \frac{(9) + y_2}{2} & \\ 6 = (0) + x_2 & 10 = (9) + y_2 & \\ x_2 = 6 & y_2 = 1 & \\ & B(6,1) & \end{array}$$

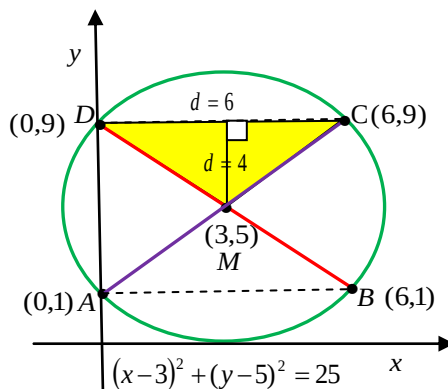
נקודה C

$$\begin{array}{ccc} A & M & C \\ (0,1) & (3,5) & (x_2, y_2) \\ x_1, y_1 & x_M, y_M & \\ x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} & y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} & \\ 3 = \frac{(0) + x_2}{2} & 5 = \frac{(1) + y_2}{2} & \\ 6 = (0) + x_2 & 10 = (1) + y_2 & \\ x_2 = 6 & y_2 = 9 & \\ & C(6,9) & \end{array}$$

תשובה: $m_{DC} = m_{AB} = 0$ $D(0,9)$ $C(6,9)$ מקבילים לציר ה-x

(2) לנקודות $A(0,1)$ $B(6,1)$ יש להם אותו $y=1$ לכן למיתר AB שיפוע 0
לנקודות $D(0,9)$ $C(6,9)$ יש להם אותו $y=9$ לכן למיתר DC שיפוע 0
לכן המיתרים מקבילים לציר ה-x.

(ד) מצא את שטח המשולש DMC.



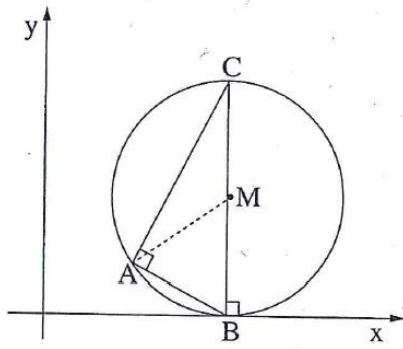
$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{DMC} = \frac{6 \cdot 4}{2} \quad S_{DMC} = 12$$

תשובה: $S_{DCM} = 12$

תשובה סופית:

(א) $A(0,1)$ $D(0,9)$ $M(3,5)$ (ב) $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$ (ג) $D(0,9)$ $C(6,9)$ $m_{DC} = m_{AB} = 0$ מקבילים לציר ה-x (ד) $S_{DCM} = 12$

שאלה מספר 8: מבחן בגרות 35803 מועד ב' קיץ תשע"ב 2012.

בציור שלפניך מעגל שמרכזו M (ברביע הראשון) המעגל המשיק לציר ה-x בנקודה B. AB ו-AC הם שני מיתרים במעגל המאונכים זה לזה, BC הוא קוטר המעגל

(א). נתון כי משוואת הישר, שעליו מונח המיתר AB היא $y = -\frac{1}{2}x + 4$ ונתון גם כי $BC = 10$.

(1) מצא את שיעורי הנקודה B.

(2) מצא את שיעורי הנקודה C.

(3) מצא את משוואת המעגל.

(ב) (1) מצא את משוואת הישר שעליו מונח המיתר AC.

(2) מצא את שיעורי הנקודה A.

(3) חשב את השטח המשולש AMC.

פתרון:

(1א) מצא את שיעורי הנקודה B

$$y = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$y = 0$$

$$0 = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$\frac{1}{2}x = 4$$

$$x = 8$$

$$B(8,0)$$

תשובה: B(8,0)

(2א) מצא את שיעורי הנקודה C.

1. המעגל משיק לציר ה-x בנקודה B המשיק מאונך לציר ה-x לכן לאורך כל הישר BC יש $x = 8$

2. אורך $BC = 10$ לכן שיעור ה-y של נקודה C הוא 10.

נקודה C

$$y = 10$$

$$x = 8$$

$$C(8,10)$$

תשובה: C(8,10)

(3א) מצא את משוואת המעגל.

נקודה M

$$y = 5$$

$$x = 8$$

$$C(8,5)$$

$$(x-8)^2 + (y-5)^2 = 25$$

משוואת המעגל

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(8,5) \quad R^2 = 5^2 = 25$$

$$(x-8)^2 + (y-5)^2 = 25$$

(1ב) מצא את משוואת הישר שעליו מונח המיתר AC.

שיפוע AC

$$m_{AB} = -\frac{1}{2} \quad m_{AC} = 2$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

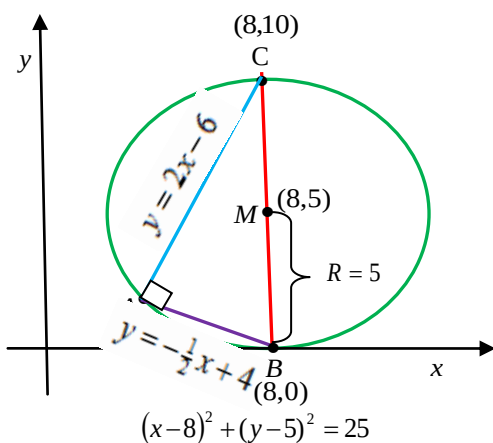
$$(8,10) \quad m = 2$$

$$y - 10 = 2(x - 8)$$

$$y = 2x - 16 + 10$$

$$y = 2x - 6$$

$$y_{AC} = 2x - 6$$



(2) מצא את שיעורי הנקודה A.**נקודה A**

$$y_{AB} = y_{AC}$$

$$-\frac{1}{2}x + 4 = 2x - 6$$

$$4 + 6 = 2x + \frac{1}{2}x$$

$$10 = 2\frac{1}{2}x$$

$$x = 4$$

$$y = 2x - 6$$

$$x = 4$$

$$y = 2(4) - 6$$

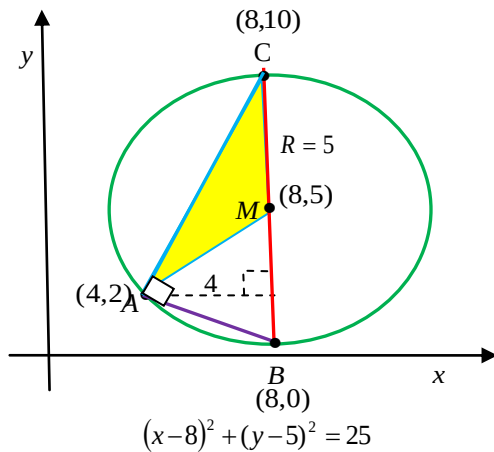
$$y = 2$$

$$A(4,2)$$

תשובה: A(4,2)**(3) חשב את השטח המשולש AMC.****שטח המשולש AMC.**

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2}$$

$$S_{AMC} = 10$$

תשובה: $S_{AMC} = 10$ **תשובה סופית:**

$$(x-8)^2 + (y-5)^2 = 25 \quad (3א)$$

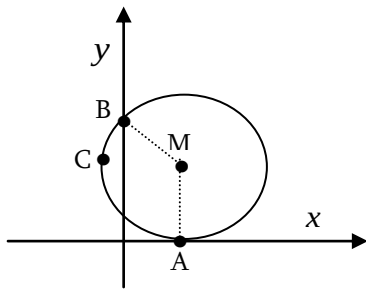
$$C(8,10) \quad (2א)$$

$$B(8,0) \quad (1א)$$

$$S_{AMC} = 10 \quad (3ב)$$

$$A(4,2) \quad (2ב)$$

$$y_{AC} = 2x - 6 \quad (1ב)$$

שאלה מספר 9: מבחן בגרות 35003 מועד חצב / ברק תשס"ט 2009

מעגל שמרכזו בנקודה M
 משיק לציר ה- x בנקודה $A(8,0)$,
 וחותר את ציר ה- y בנקודה $B(0,16)$.
 (ראה ציור).

- א. (1) מצא את שיעור ה- x של הנקודה M .
 ב. (2) מצא את שיעור ה- y של הנקודה M .
 ג. מצא את משוואת המעגל.

המעגל שאת משוואתו מצאת בסעיף ב, עובר דרך הנקודה $C(-2,10)$.
 חשב את שטח המשולש AMC .

פתרון:

א. (1) **מצא את שיעור ה- x של הנקודה M .**

המעגל משיק לציר ה- x משמעות הישר AM מאונך לציר ה- x
 לכן שיעור ה- x של נקודה A זהה לשיעור ה- x של נקודה M והוא $M(8, y)$
תשובה: $x = 8$

ב. (2) **מצא את שיעור ה- y של הנקודה M .**

משוואת המעגל

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(8, b)$$

$$(x-8)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

נציב את נקודה B

$$(x-8)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$B(0,16)$$

$$(0-8)^2 + (16-b)^2 = R^2$$

$$64 + (16-b)(16-b) = R^2$$

$$64 + 256 - 16b - 16b + b^2 = R^2$$

$$320 - 32b + b^2 = R^2$$

נציב את נקודה A

$$(x-8)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$A(8,0)$$

$$(8-8)^2 + (0-b)^2 = R^2$$

$$b^2 = R^2$$

$$R^2 = R^2$$

$$b^2 = 320 - 32b + b^2$$

$$32b = 320 : 32$$

$$b = 10$$

$$M(8,10)$$

תשובה: $y = 10$

(ב). מצא את משוואת המעגל .

משוואת המעגל

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(8,6)$$

$$(x-8)^2 + (y-10)^2 = R^2$$

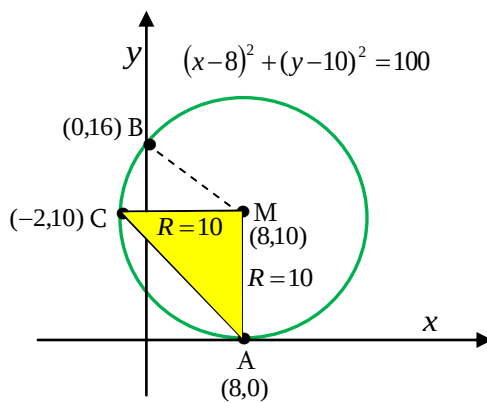
$$A(8,0)$$

$$(8-8)^2 + (0-10)^2 = R^2$$

$$R^2 = 100$$

$$(x-8)^2 + (y-10)^2 = 100$$

$$(x-8)^2 + (y-10)^2 = 100 \quad \text{תשובה:}$$

(ג). המעגל שאת משוואתו מצאת בסעיף ב' עובר דרך הנקודה $C(-2, 10)$. חשב את שטח המשולש AMC.

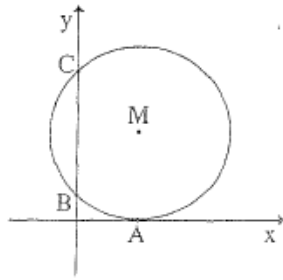
$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} \quad S_{AMC} = \frac{AM \cdot AC}{2}$$

$$S_{AMC} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50$$

$$S_{AMC} = 50 \quad \text{תשובה:}$$

תשובה סופית:

$$S_{AMC} = 50 \quad (א) \quad x = 8 \quad (ב) \quad y = 10 \quad (ג) \quad (x-8)^2 + (y-10)^2 = 100 \quad (ד)$$

שאלה מספר 10: מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר תשס"ז 2007

- נתון מעגל שמרכזו M ורדיוסו 5.
 המעגל משיק לציר ה-x בנקודה $A(3,0)$
 וחותר את ציר ה-y בנקודות B $(0,1)$ ו-C (ראה ציור).
 א. מצא את משוואת המעגל.
 ב. חשב את אורך הקטע BC.
 ג. D היא נקודה על המעגל כך ש-CD הוא קוטר על המעגל.
 מצא את שיעורי נקודה D.
 ד. חשב את שטח המשולש ABD.

פתרון:**(א.) מצא את משוואת המעגל.**

המעגל משיק לציר ה-x משמעות הישר AM מאונך לציר ה-x –
 לכן שיעור ה-x של נקודה A זהה לשיעור ה-x של נקודה M והוא $M(3,y)$
 אורך הרדיוס 5 לכן נקודה

שיעור ה-y של הנקודה M

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(3,b) \quad R=5$$

$$(x-3)^2 + (y-b)^2 = 25$$

$$A(3,0)$$

$$(3-3)^2 + (0-b)^2 = 25$$

$$b^2 = 25$$

$$b = 5$$

$$M(3,5)$$

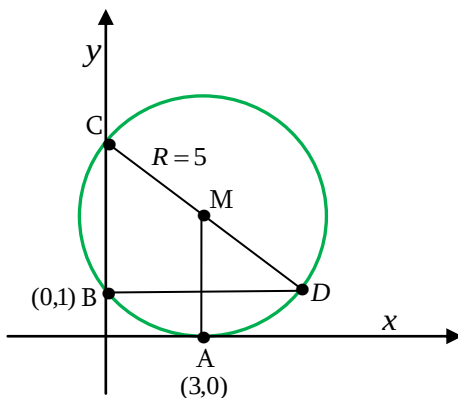
משוואת המעגל

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(3,5) \quad R^2 = 25$$

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25 \quad \text{תשובה:}$$

**(ב.) חשב את אורך הקטע BC.**

נקודה C

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$x = 0$$

$$(0-3)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$(9) + (y-5)^2 = 25$$

$$(y-5)^2 = 16$$

$$y-5 = \pm 4$$

$$y_1 = 4+5 = 9$$

$$y_2 = -4+5 = 1$$

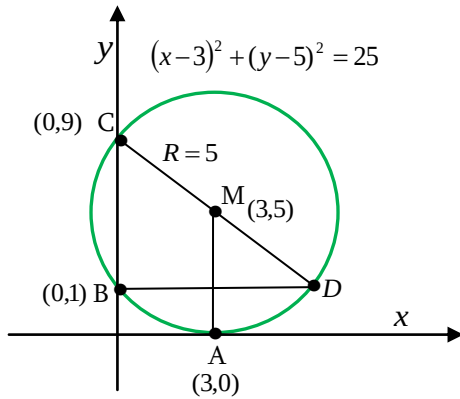
$$C(0,9)$$

מרחק BC

$$d_{BC} = 9-1 = 8$$

$$d_{BC} = 8 \quad \text{תשובה: } C(0,9)$$

(ג) **D** היא נקודה על המעגל כך ש- **CD** הוא קוטר על המעגל מצא את שיעורי נקודה **D**.

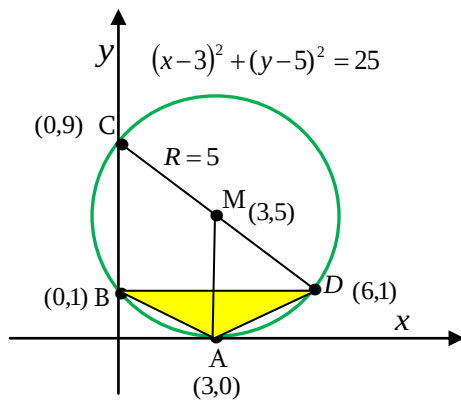


נקודה D

C	M	D
(0,9)	(3,5)	(x_2, y_2)
x_1, y_1	x_M, y_M	
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$	$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$	
$3 = \frac{0 + x_2}{2}$	$5 = \frac{9 + y_2}{2}$	
$6 = 0 + x_2$	$10 = 9 + y_2$	
$x_2 = 6$	$y_2 = 1$	
D(6,1)		

תשובה: D (6,1)

(ד) **חשב את שטח המשולש ABD.**



$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} \quad S_{ABD} = \frac{BD \cdot AH}{2}$$

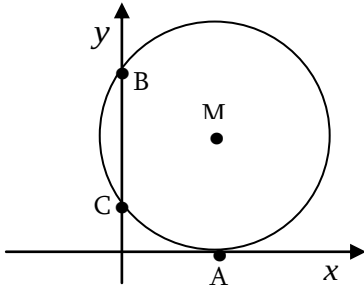
$$S_{ABD} = \frac{6 \cdot 1}{2} = 3$$

תשובה: $S_{ABD} = 3$

תשובה סופית:

(א) $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$ (ב) C (0,9) (ג) $d_{BC} = 8$ (ד) $S_{ABD} = 3$

שאלה מספר 11: מבחן בגרות 35803 מועד פברואר תשע"ה 2015.



נקודה M היא מרכז של המעגל המשיק לציר ה- x בנקודה A (4,0)

שיעור ה- y של הנקודה M הוא 5.

א. מצא את משוואת המעגל.

ב. המעגל חותך את ציר ה- y בשתי נקודות B ו- C.

מצא את השיעורים של הנקודות B ו- C.

ג. מצא את המשוואה של הקוטר המקביל ל- AC.

ד. חשב את שטח המשולש ABC.

פתרון:

א. **מצא את משוואת המעגל.** $M(4,5)$

משוואת המעגל

$$(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$$

משוואת המעגל

$$(x-4)^2 + (y-5)^2 = R^2$$

$$A(4,0)$$

$$(4-4)^2 + (0-5)^2 = R^2$$

$$25 = R^2$$

$$(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25 \quad \text{תשובה:}$$

נקודות B ו- C

$$(x-4)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$x = 0$$

$$(0-4)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$(y-5)^2 = 25 - 16$$

$$y-5 = \pm\sqrt{9}$$

$$y = \pm 3 + 5$$

$$y_1 = -3 + 5 = 2$$

$$y_2 = +3 + 5 = 8$$

$$C(0,2) \quad B(0,8)$$

ב. **מצא את השיעורים של הנקודות B ו- C.**

$$C(0,2) \quad B(0,8) \quad \text{תשובה:}$$

ג. **מצא את המשוואה של הקוטר המקביל ל- AC.**

משוואת הקוטר המקביל ל- AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(4,5) \quad m = -\frac{1}{2}$$

$$y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 4)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 2 + 5$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 7$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 7 \quad \text{תשובה:}$$

ד. **חשב את שטח המשולש ABC.**

שטח משולש ABC

$$S = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2}$$

$$S_{ABC} = 12$$

$$S_{ABC} = 12 \quad \text{תשובה:}$$

תשובה סופית:

$$S_{ABC} = 12 \quad (ד) \quad y = -\frac{1}{2}x + 7 \quad (ג) \quad C(0,2) \quad B(0,8) \quad (ב) \quad (x-4)^2 + (y-5)^2 = 25 \quad (א)$$

שאלה מספר 12 : מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשע"ד 2014.

מעגל שמרכזו בנקודה $M(2, 4)$

עובר בראשית הצירים $O(0, 0)$,

וחותך את הצירים גם בנקודות A ו-B (ראה ציור).

א. מצא את משוואת המעגל.

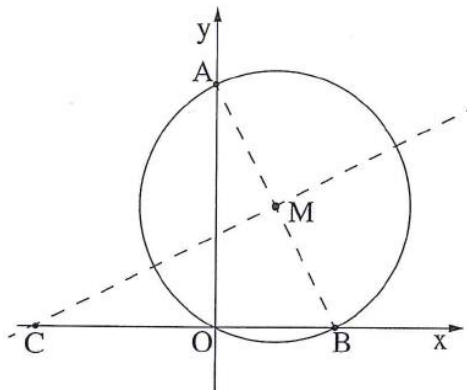
ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ג. הראה כי AB הוא קוטר המעגל.

ד. דרך מרכז המעגל העבירו ישר המאונך ל-AB,

החותך את ציר ה-x בנקודה C. (ראה ציור).

מצא את שיעורי הנקודה C.



א. מצא את משוואת המעגל.

רדיוס המעגל

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(2,4)$$

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = R^2$$

$$(0,0)$$

$$(0-2)^2 + (0-4)^2 = R^2$$

$$R^2 = 20$$

משוואת המעגל

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(2,4) \quad R^2 = 20$$

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

תשובה:

ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

נקודות A

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$x = 0$$

$$(0-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$(y-4)^2 = 20 - 4$$

$$y-4 = \pm\sqrt{16}$$

$$y = \pm 4 + 4$$

$$y_1 = +4 + 4 = 8$$

$$y_2 = -4 + 4 = 0$$

$$A(0,8) \quad O(0,0)$$

נקודות B

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$y = 0$$

$$(x-2)^2 + (0-4)^2 = 20$$

$$(x-2)^2 = 20 - 16$$

$$x-2 = \pm\sqrt{4}$$

$$x = \pm 2 + 2$$

$$x_1 = +2 + 2 = 4$$

$$x_2 = -2 + 2 = 0$$

$$B(4,0) \quad O(0,0)$$

$$A(0,8) \quad B(4,0)$$

תשובה:

ג. הראה כי AB הוא קוטר המעגל.

נקודה M

$$\begin{array}{ccc} A & & B \\ (0,8) & & (4,0) \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} x_1, y_1 & & x_M, y_M \\ x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} & & y_M = \frac{y_1 + y_2}{2} \\ x_M = \frac{(0) + (4)}{2} & & y_M = \frac{(8) + (0)}{2} \\ x_M = 2 & & y_M = 4 \end{array}$$

$M(2,4)$

ד. דרך מרכז המעגל העבירו ישר המאונך ל-AB, החותך את ציר ה-x בנקודה C. (ראה ציור). מצא את שיעורי הנקודה C.

שיפוע AB

$$\begin{array}{ccc} A(0,8) & & B(4,0) \\ (x_1, y_1) & & (x_2, y_2) \end{array}$$

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(0) - (8)}{(4) - (0)} = -\frac{8}{4}$$

$$m_{AB} = -2$$

שיפוע MC

$$m_{AB} = -2 \quad m_{MC} = \frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת MC

$$\begin{array}{l} y - y_1 = m(x - x_1) \\ (2,4) \quad m = \frac{1}{2} \\ y - 4 = \frac{1}{2}(x - 2) \\ y_{MC} = \frac{1}{2}x - 1 + 4 \\ y_{MC} = \frac{1}{2}x + 3 \end{array}$$

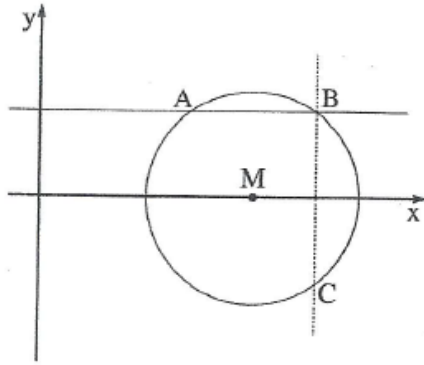
נקודה C

$$\begin{array}{l} y_{MC} = \frac{1}{2}x + 3 \\ y = 0 \\ 0 = \frac{1}{2}x + 3 \\ -\frac{1}{2}x = 3 \\ x = -6 \\ C(-6,0) \end{array}$$

תשובה סופית:

(א) $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$ (ב) $A(0,8) \quad B(4,0)$ (ג) הוכחה (ד) $C(-6,0)$

שאלה מספר 13: מבחן בגרות 35803 מועד חצב ברק תשע"ד 2014.



נתון מעגל שמרכזו $M(10,0)$ ורדיוסו 5.

א. רשום את משוואת המעגל.

ב. הישר $y=4$ חותך את המעגל

בנקודות A ו-B, כמתואר בציור.

מצא את שיעורי הנקודה A ואת שיעורי הנקודה B.

ג. דרך הנקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה-y.

הישר חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור).

(1) מצא את שיעורי הנקודה C.

(2) הסבר מדוע הקטע AC הוא הקוטר של המעגל.

(3) מצא את היקף המשולש ABC.

פתרון:

א. רשום את משוואת המעגל.

משוואת המעגל

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(10,0) \quad R^2 = 5^2$$

$$(x-10)^2 + (y-0)^2 = 25$$

$$(x-10)^2 + (y)^2 = 25$$

$$(x-10)^2 + (y)^2 = 25 \quad \text{תשובה:}$$

ב. הישר $y=4$ חותך את המעגל בנקודות A ו-B, כמתואר בציור.

מצא את שיעורי הנקודה A ואת שיעורי הנקודה B.

נקודות A ו-B

$$(x-10)^2 + (y)^2 = 25$$

$$y=4$$

$$(x-10)^2 + (4)^2 = 25$$

$$(x-10)^2 = 25 - 16$$

$$x-10 = \pm\sqrt{9}$$

$$x = \pm 3 + 10$$

$$x_1 = 13 \quad x_2 = 7$$

$$A(7,4) \quad B(13,4)$$

$$A(7,4) \quad B(13,4) \quad \text{תשובה:}$$

ג. דרך הנקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה-y. הישר חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור).

(1) מצא את שיעורי הנקודה C.

נקודה C

$$(x-10)^2 + (y)^2 = 25$$

$$x=13$$

$$(13-10)^2 + (y)^2 = 25$$

$$9 + (y)^2 = 25$$

$$y = \pm\sqrt{16}$$

$$y = \pm 4$$

$$y_1 = -4 \quad y_2 = +4$$

$$C(13,-4) \quad B(13,4)$$

$$C(13,-4) \quad \text{תשובה:}$$

(ג2) הסבר מדוע הקטע AC הוא הקוטר של המעגל.

A	M	C
(7,4)	x_M, y_M	(13,-4)
x_1, y_1		(x_2, y_2)
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$		$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$x_M = \frac{(7) + (13)}{2}$		$y_M = \frac{(4) + (-4)}{2}$
$x_M = 10$		$y_M = 0$
$M (10,0)$		

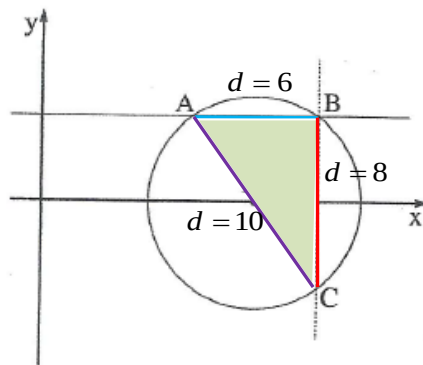
תשובה: מרכז הקטע AC הוא מרכז המעגל

(ג3) מצא את היקף המשולש ABC.

היקף המשולש

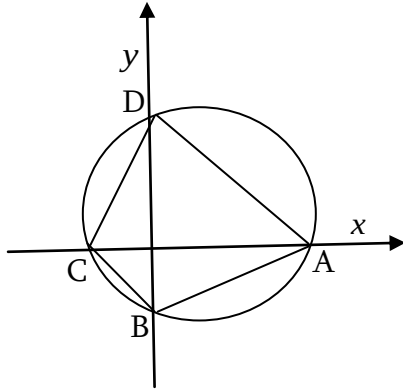
$$p = a + b + c = 6 + 8 + 10 = 24$$

$$p = 24$$

תשובה: $p = 24$ תשובה סופית:

$$(א) \quad (x-10)^2 + (y)^2 = 25 \quad (ב) \quad A(7,4) \quad B(13,4)$$

$$(ג1) \quad C(13,-4) \quad (ג2) \quad \text{מרכז הקטע AC הוא מרכז המעגל} \quad (ג3) \quad p = 24$$

ב. נתונה משוואת המעגל**שאלה מספר 14:** מבחן בגרות 35003 מועד מרץ תשס"ט 2009נתון מעגל שמשוואתו $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 169$,המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות A ו- C.ואת ציר ה- y בנקודות B ו- D (ראה ציור).

(א) מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, D.

(ב) הראה כי (1) הקווים מקבילים $BC \parallel AD$ (2) המרחקים $AB = DC$ **פתרון:**(א) **מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, D.**

נקודות B, D

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 = 169$$

$$x = 0$$

$$(0-5)^2 + (y-5)^2 = 169$$

$$(y-5)^2 = 169 - 25$$

$$y - 5 = \pm\sqrt{144}$$

$$y = \pm 12 + 5$$

$$y_1 = +12 + 5 = 17$$

$$y_2 = -12 + 5 = -7$$

$$B(0, -7) \quad D(0, 17)$$

נקודות C, A

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 = 169$$

$$y = 0$$

$$(x-5)^2 + (0-5)^2 = 169$$

$$(x-5)^2 = 169 - 25$$

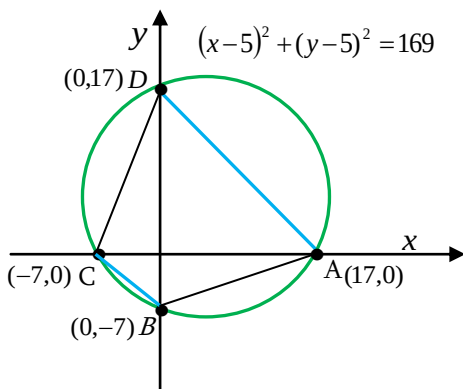
$$x - 5 = \pm\sqrt{144}$$

$$x = \pm 12 + 5$$

$$x_1 = +12 + 5 = 17$$

$$x_2 = -12 + 5 = -7$$

$$C(-7, 0) \quad A(17, 0)$$

תשובה: A(17,0) B(0,-7) C(-7,0) D(0,17)(ב) **הראה כי קווים מקבילים $BC \parallel AD$** 

שיפוע BC

$$B(0, -7) \quad C(-7, 0)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{BC} = \frac{0 + 7}{-7 - 0} = \frac{7}{-7}$$

$$m_{BC} = -1$$

שיפוע AD

$$A(17, 0) \quad D(0, 17)$$

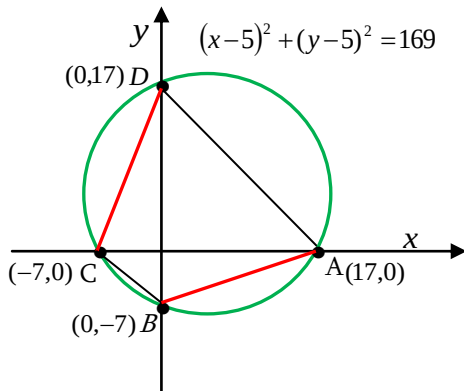
$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AD} = \frac{17 - 0}{0 - 17} = \frac{17}{-17}$$

$$m_{AD} = -1$$

תשובה: $m_{BC} = m_{AD} = -1$

(2ב) הראה כי המרחקים $AB = DC$ 

המרחק A ל-B

$$A(17,0) \quad B(0,-7)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (0 - 17)^2 + (-7 - 0)^2$$

$$d_{AB} = \sqrt{338}$$

$$d_{AB} = 18.38$$

המרחק D ל-C

$$D(0,17) \quad C(-7,0)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (-7 - 0)^2 + (0 - 17)^2$$

$$d_{DC} = \sqrt{338}$$

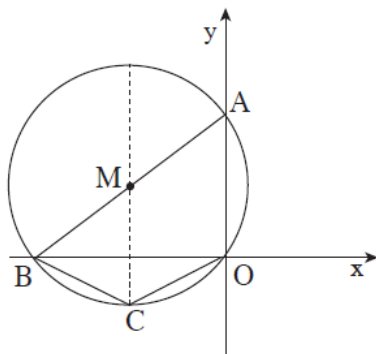
$$d_{DC} = 18.38$$

$$d_{AB} = d_{DC} = \sqrt{338} \quad \text{תשובה:}$$

תשובה סופית:

$$A(17,0) \quad B(0,-7) \quad C(-7,0) \quad D(0,17) \quad (\text{א})$$

$$d_{AB} = d_{DC} = \sqrt{338} \quad (\text{ב}) \quad m_{BC} = m_{AD} = -1 \quad (\text{ב1})$$

שאלה מספר 15: מבחן בגרות 35003 מועד ב' תשס"ז 2007

נתון המעגל $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$ שמרכזו M.

המעגל חותך את הצירים בנקודות A, B ו-O (ראה ציור)

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. (1) מצא את שטח המשולש ABO.

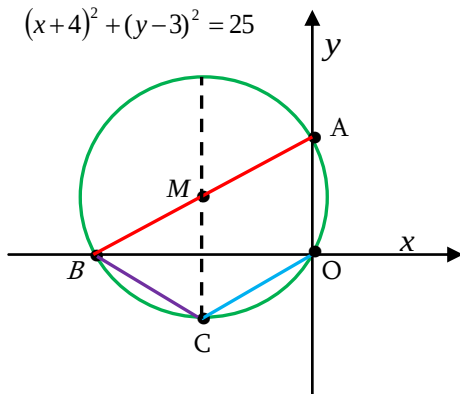
(2) קוטר המעגל במאונך לציר ה-x.

חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור)

מצא את שטח המרובע ABCO.

פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

**נקודה A**

$$(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$x = 0$$

$$(0+4)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$(y-3)^2 = 25 - 16$$

$$y-3 = \pm\sqrt{9}$$

$$y = \pm 3 + 3$$

$$y_1 = +3 + 3 = 6$$

$$y_2 = -3 + 3 = 0$$

$$A(0,6) \quad (0,0)$$

נקודה B

$$(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$y = 0$$

$$(x+4)^2 + (0-3)^2 = 25$$

$$(x+4)^2 = 25 - 9$$

$$x+4 = \pm\sqrt{16}$$

$$x = \pm 4 - 4$$

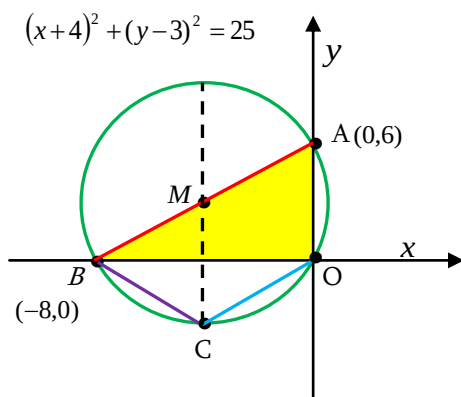
$$x_1 = +4 - 4 = 0$$

$$x_2 = -4 - 4 = -8$$

$$B(-8,0) \quad (0,0)$$

תשובה: $A(0,6) \quad B(-8,0)$

(ב) מצא את שטח המשולש ABO.

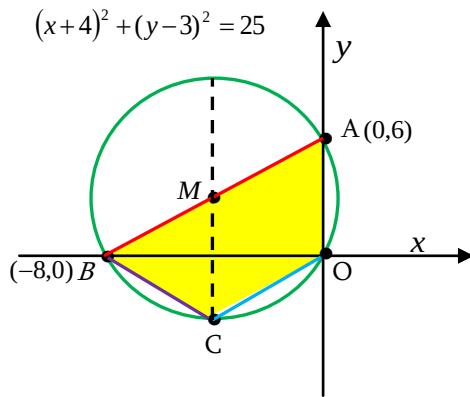


$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{BO \cdot AO}{2}$$

$$S_{ABO} = \frac{6 \cdot 8}{2} \quad S_{ABO} = 24$$

תשובה: $S_{ABO} = 24$

(2) קוטר המעגל במאונך לציר ה- x . חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור) מצא את שטח המרובע ABCO.



נחבר את שני המשולשים ABO שמצאנו בסעיף הקודם עם המשולש BCO ונקבל את המרובע ABCO.

א. נמצא את מרכז המעגל ממשוואת המעגל

משוואת המעגל

$$(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$M(-4, 3) \quad R = 5$$

ב. הקוטר מאונך לציר ה- x משמעות בנקודה C ה- $x = -4$

נקודה C

$$(x+4)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$x = -4$$

$$(-4+4)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$(y-3)^2 = 25 - 0$$

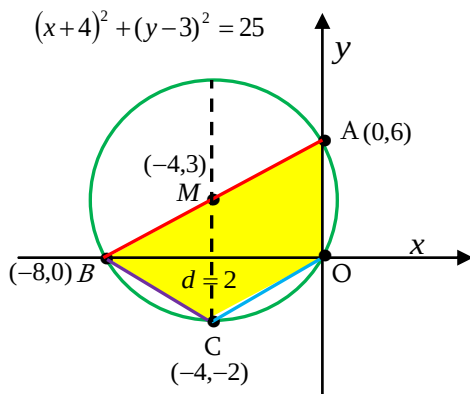
$$y-3 = \pm\sqrt{25}$$

$$y = \pm 5 + 3$$

$$y_1 = -5 + 3 = -2$$

$$y_2 = +5 + 3 = 8$$

$$C(0, -2) \quad (0, 8)$$



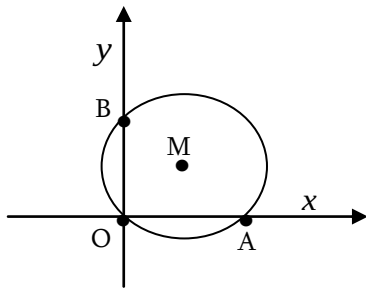
$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} \quad S_{BCO} = \frac{8 \cdot 2}{2} \quad S_{BCO} = 8$$

$$S_{ABCO} = S_{BCO} + S_{ABO} = 24 + 8 = 32$$

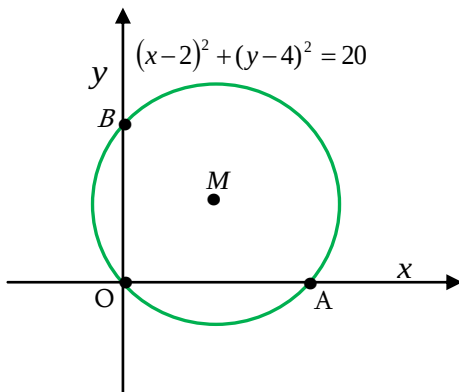
תשובה: $S_{ABCO} = 32$

תשובה סופית:

$$S_{ABCO} = 32 \quad (ב) \quad S_{ABO} = 24 \quad (א) \quad A(0, 6) \quad B(-8, 0)$$

שאלה מספר 16: מבחן בגרות 35003 מועד אוקטובר תשס"ט 2009

- הנקודה M היא מרכז המעגל
 שמשוואתו $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$
 המעגל עובר דרך נקודה O שהיא ראשית הצירים,
 וחותר את ציר ה-x בנקודה A ואת ציר ה-y בנקודה B. (ראה ציור).
 א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 ב. מצא את משוואת הישר AB.
 ג. האם הקטע AB הוא קוטר המעגל? נמק.
 ד. מצא פי כמה גדול שטח המשולש ABO משטח המשולש BMO.

פתרון:**(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B**

נקודה B	נקודה A
$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$	$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$
$x = 0$	$y = 0$
$(0-2)^2 + (y-4)^2 = 20$	$(x-2)^2 + (0-4)^2 = 20$
$(y-4)^2 = 20 - 4$	$(x-2)^2 = 20 - 16$
$y-4 = \pm\sqrt{16}$	$x-2 = \pm\sqrt{4}$
$y = \pm 4 + 4$	$x = \pm 2 + 2$
$y_1 = +4 + 4 = 8$	$x_1 = +2 + 2 = 4$
$y_2 = -4 + 4 = 0$	$x_2 = -2 + 2 = 0$
$B(0,8) \quad (0,0)$	$A(4,0) \quad (0,0)$

תשובה: $A(4,0) \quad B(0,8)$ **(ב) מצא את משוואת הישר AB**

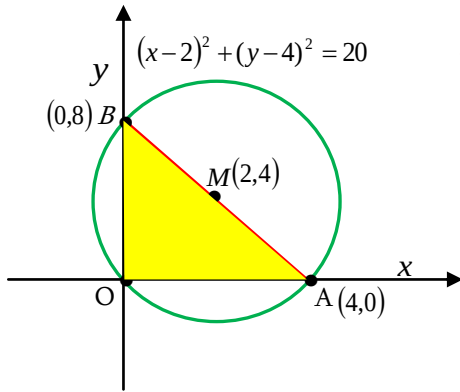
שיפוע AB	משוואת AB
$B(0,8) \quad A(4,0)$	$y - y_1 = m(x - x_1)$
$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$	$(4,0) \quad m = -2$
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$y - 0 = -2(x - 4)$
$m_{AB} = \frac{(0) - (8)}{(4) - (0)} = \frac{-8}{4}$	$y = -2x + 8$
$m_{AB} = -2$	תשובה: $y_{AB} = -2x + 8$

(ג) האם הקטע AB הוא קוטר המעגל? נמק

משוואת AB
 $y = -2x + 8$
 $M(2,4)$
 $4 = -2(2) + 8$
 $4 = 4$
 כן קוטר

משוואת המעגל
 $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$
 $M(2,4) \quad R = \sqrt{20}$

תשובה: כן (הוכחה)

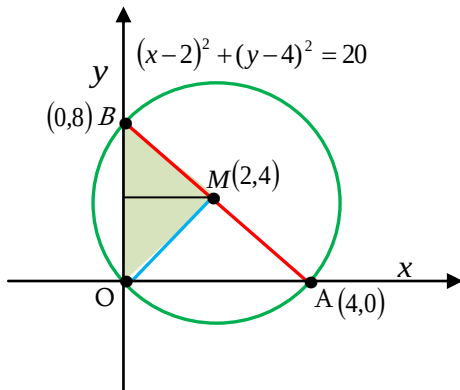


(ד) מצא פי כמה גדול שטח המשולש ABO משטח המשולש BMO.

שטח המשולש ABO

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{ABO} = \frac{4 \cdot 8}{2} \quad S_{ABO} = 16$$



שטח המשולש BMO

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{BMO} = \frac{4 \cdot 4}{2} \quad S_{BMO} = 8$$

$$P = \frac{S_{ABO}}{S_{BMO}} = \frac{16}{8} = 2$$

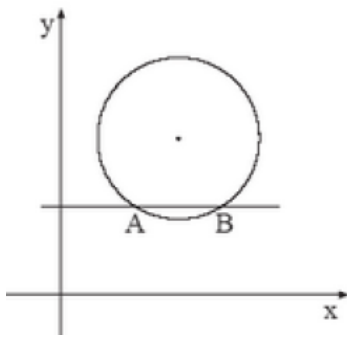
תשובה: פי 2 שטח המשולש ABO גדול פי 2 משטח המשולש BMO

תשובה סופית:

(א) $A(4,0)$ $B(0,8)$ (ב) $y_{AB} = -2x + 8$ (ג) כן (הוכחה)

(ד) פי 2 שטח המשולש ABO גדול פי 2 משטח המשולש BMO.

שאלה מספר 17: מבחן בגרות 35003 מועד מרץ תשס"ו 2006

הישר $y = 4$ חותך את המעגל שמשוואתו $(x-6)^2 + (y-8)^2 = 17$

בשתי הנקודות A ו-B (ראה ציור)

א. מצא את שיעורי ה-x של הנקודות A ו-B.

ב. נקודה C נמצאת על ציר ה-x

כך שמתקיים $AC = BC$ מצא את שיעורי הנקודה C

ג. חשב את שטח המשולש ABC.

פתרון:**(א) מצא את שיעורי ה-x של הנקודות A ו-B.****נקודות BA**

$$(x-6)^2 + (y-8)^2 = 17$$

$$y = 4$$

$$(x-6)^2 + (4-8)^2 = 17$$

$$(x-6)^2 = 17 - 16$$

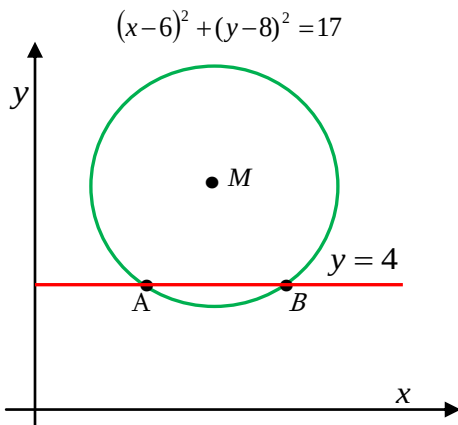
$$x-6 = \pm\sqrt{1}$$

$$x = \pm 1 + 6$$

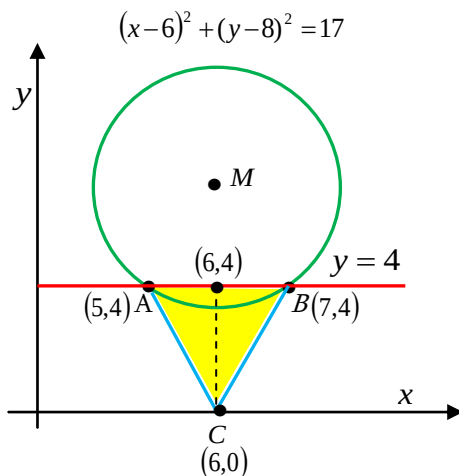
$$x_1 = +1 + 6 = 7$$

$$x_2 = -1 + 6 = 5$$

$$A(5,4) \quad B(7,4)$$

תשובה: $A(5,4) \quad B(7,4)$ **(ב) נקודה C נמצאת על ציר ה-x****כך שמתקיים $AC = BC$** **מצא את שיעורי הנקודה C****תשובה:** נקודה C צריכה להיות באמצע הנקודות AB

כדי ליצור משולש שווה שוקיים

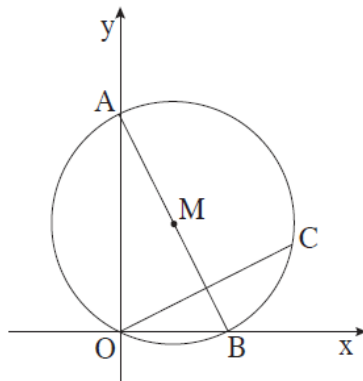
לכן נקודה $C(6,0)$ **(ג) חשב את שטח המשולש ABC.**

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{2 \cdot 4}{2} \quad S_{ABC} = 4$$

תשובה: $S_{ABC} = 4$ **תשובה סופית:****(א) $A(5,4) \quad B(7,4)$ (ב) $C(6,0)$ (ג) $S_{ABC} = 4$**

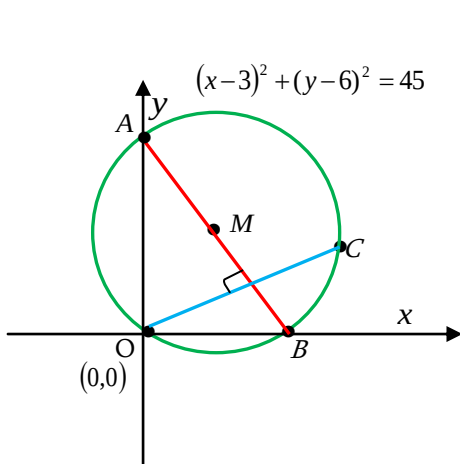
שאלה מספר 18: מבחן בגרות 35803 מועד חורף תש"ע 2010



- נתון מעגל שמשוואתו $(x-3)^2 + (y-6)^2 = 45$.
 המעגל עובר דרך ראשית הצירים $O(0,0)$.
 וחותר את הצירים גם בנקודות A ו-B. (ראה ציור)
 (א). מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.
 (ב). דרך O מעבירים אנך לקוטר AB.
 האנך חותך את המעגל בנקודה C.
 (1) מצא את משוואת הישר OC.
 (2) מצא את השיעורים של הנקודה C.
 (3) מצא את שטח המשולש OCB.

פתרון:

(א) מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.



נקודה A

$$(x-3)^2 + (y-6)^2 = 45$$

$$x = 0$$

$$(0-3)^2 + (y-6)^2 = 45$$

$$(y-6)^2 = 45 - 9$$

$$y - 6 = \pm\sqrt{36}$$

$$y = \pm 6 + 6$$

$$y_1 = +6 + 6 = 12$$

$$y_2 = -6 + 6 = 0$$

$A(0,12) \quad (0,0)$

נקודה B

$$(x-3)^2 + (y-6)^2 = 45$$

$$y = 0$$

$$(x-3)^2 + (0-6)^2 = 45$$

$$(x-3)^2 = 45 - 36$$

$$x - 3 = \pm\sqrt{9}$$

$$x = \pm 3 + 3$$

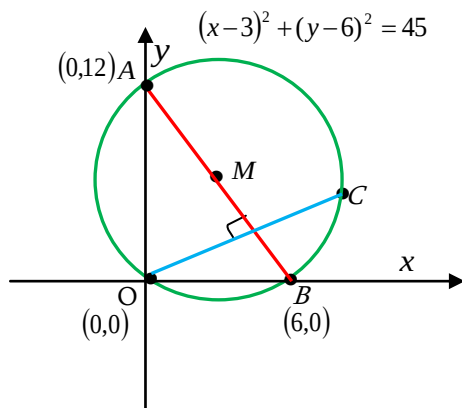
$$x_1 = +3 + 3 = 6$$

$$x_2 = -3 + 3 = 0$$

$B(6,0) \quad (0,0)$

תשובה: $A(0,12) \quad B(6,0)$

(ב) דרך O מעבירים אנך ל-AB. האנך חותך את המעגל בנקודה C.
 מצא את משוואת הישר OC.



שיפוע AB

$A(0,12) \quad B(6,0)$

$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AB} = \frac{(0) - (12)}{(6) - (0)} = \frac{-12}{6}$$

$$m_{AB} = -2$$

שיפוע OC

$$m_{AB} = -2 \quad m_{OC} = \frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת OC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$(0,0) \quad m = \frac{1}{2}$

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 0)$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

תשובה: $y_{OC} = \frac{1}{2}x$

(2) מצא את השיעורים של הנקודה C.**נקודה C**

$$(x-3)^2 + (y-6)^2 = 45$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$(x-3)^2 + (\frac{1}{2}x-6)^2 = 45$$

$$x^2 - 6x + 9 + 0.25x^2 - 6x + 36 = 45$$

$$1.25x^2 - 12x = 0$$

$$x \cdot (1.25x - 12)$$

$$x_C = 9.6 \quad x_2 = 0$$

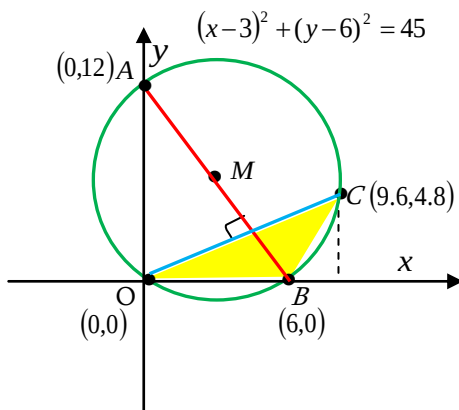
נקודה C

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$x = 9.6$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 9.6 = 4.8$$

$$C(9.6, 4.8)$$

תשובה: $C(9.6, 4.8)$ **(3) מצא את שטח המשולש OCB.**

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

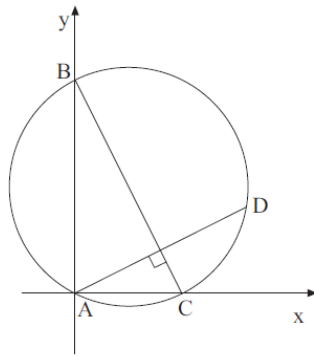
$$S_{OBC} = \frac{6 \cdot 4.8}{2}$$

$$S_{OBC} = 14.4$$

תשובה: $S_{OBC} = 14.4$ **תשובה סופית:**

$$S_{OBC} = 14.4 \quad \text{(ב)} \quad C(9.6, 4.8) \quad \text{(ג)} \quad y_{OC} = \frac{1}{2}x \quad \text{(ד)} \quad A(0, 12) \quad B(6, 0) \quad \text{(א)}$$

שאלה מספר 19: מבחן בגרות 35003 מועד ב' תשס"ה 2005



$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20 \quad \text{מעגל}$$

חותך את הצירים בנקודות A, B, C, כמתואר בציור.

ישר העובר דרך A ומאונך ל-BC

חותך את המעגל בנקודה נוספת D.

א. מצא את השיעורים של הנקודות A, B, C,

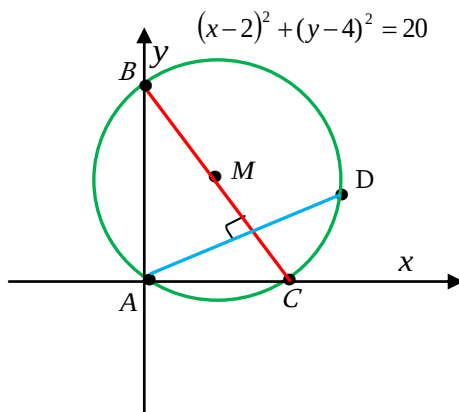
ב. מצא את המשוואה של AD.

ג. דרך נקודה D העבירו ישר המקביל ל-BC

מצא את משוואת הישר המקביל.

פתרון:

(א) מצא את השיעורים של הנקודות A, B, C,



נקודות AB

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$x=0$$

$$(0-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$(y-4)^2 = 20-4$$

$$y-4 = \pm\sqrt{16}$$

$$y_{1,2} = \pm 4 + 4$$

$$y_1 = +4 + 4 = 8$$

$$y_{1,2} = -4 + 4 = 0$$

$$A(0,0) \quad B(0,8)$$

נקודות AC

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$y=0$$

$$(x-2)^2 + (0-4)^2 = 20$$

$$(x-2)^2 = 20-16$$

$$x-2 = \pm\sqrt{4}$$

$$x_{1,2} = \pm 2 + 2$$

$$x_1 = +2 + 2 = 4$$

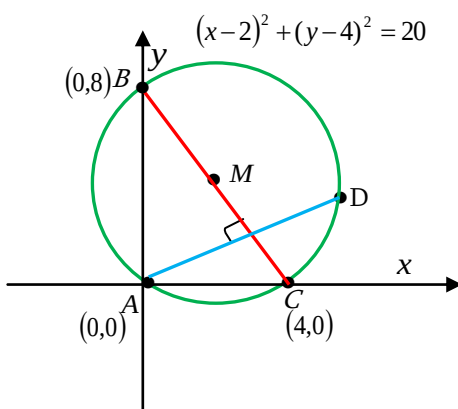
$$x_2 = -2 + 2 = 0$$

$$A(0,0) \quad C(4,0)$$

תשובה: A(0,0) B(0,8) C(4,0)

(ב) ישר העובר דרך A ומאונך ל-BC חותך את המעגל בנקודה נוספת D.

מצא את המשוואה של AD.



שיפוע BC

$$B(0,8) \quad C(4,0)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{BC} = \frac{(0) - (8)}{(4) - (0)} = \frac{-8}{4}$$

$$m_{BC} = -2$$

שיפוע משיק

$$m_{BC} = -2 \quad m_{AD} = \frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AD

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

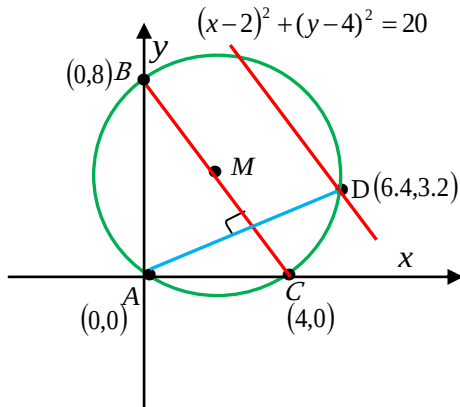
$$(0,0) \quad m = \frac{1}{2}$$

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x + 0)$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

תשובה: $y_{AD} = \frac{1}{2}x$

(ג) דרך נקודה D העבירו ישר המקביל ל-BC
(1ג) מצא את נקודה D



נקודה D

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$y = 0.5x$$

$$(x-2)^2 + (0.5x-4)^2 = 20$$

$$x^2 - 4x + 4 + 0.25x^2 - 4x + 16 - 20 = 0$$

$$1.25x^2 - 8x = 0$$

$$x \cdot (1.25x - 8)$$

$$x_D = 6.4$$

נקודה D

$$y = 0.5x$$

$$x_D = 6.4$$

$$y = 0.5 \cdot (6.4)$$

$$y = 3.2$$

$$D(6.4, 3.2)$$

תשובה: $D(6.4, 3.2)$

משוואת המקביל ל-BC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(6.4, 3.2) \quad m = -2$$

$$y - 3.2 = -2(x - 6.4)$$

$$y = -2x + 12.8 + 3.2$$

$$y = -2x + 16$$

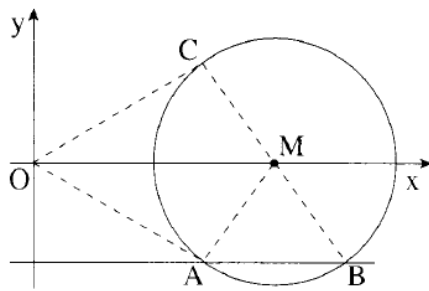
(2ג) מצא את משוואת הישר המקביל.

תשובה: $y_{\text{המקביל}} = -2x + 16$

תשובה סופית:

(א) $A(0,0)$ $B(0,8)$ $C(4,0)$ (ב) $y_{AD} = \frac{1}{2}x$ (ג) $D(6.4, 3.2)$ (ג) $y_{\text{המקביל}} = -2x + 16$

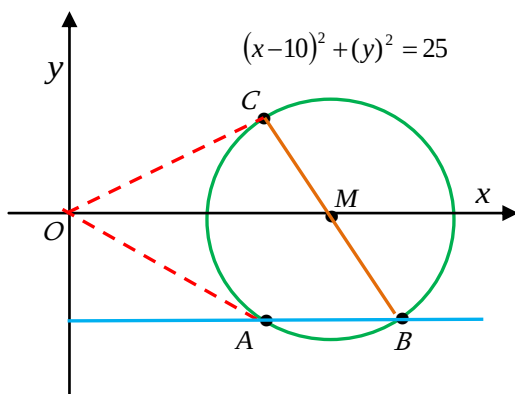
שאלה מספר 20: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ט 2009



- נתון מעגל שהמשוואה שלו היא $(x-10)^2 + y^2 = 25$ הנקודה M היא מרכז המעגל (ראה ציור)
 הישר $y = -4$ חותך את המעגל בשתי נקודות A ו-B
 (B מימין ל-A)
 א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B
 ב. דרך הנקודה B העבירו קוטר במעגל.
 הקוטר חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור)
 (1) מצא את שיעורי הנקודה C.
 (2) מצא את שטח המרובע OCMA (O – ראשית הצירים)

פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.



נקודות AB

$$\begin{aligned}(x-10)^2 + y^2 &= 25 \\ y &= -4 \\ (x-10)^2 + (-4)^2 &= 25 \\ (x-10)^2 &= 25 - 16 \\ x-10 &= \pm\sqrt{9} \\ x &= \pm 3 + 10 \\ x &= +3 + 10 = 13 \\ x &= -3 + 10 = 7 \\ A(7, -4) \quad B(13, -4)\end{aligned}$$

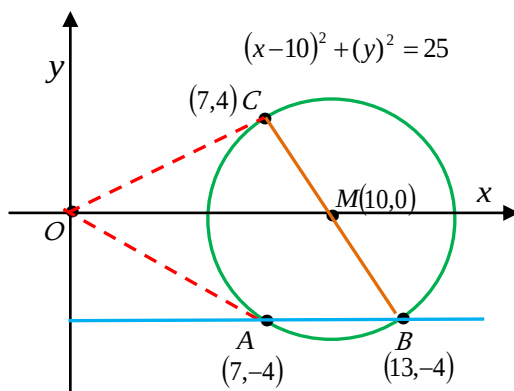
תשובה: B (13, -4) A (7, -4)

(ב) דרך הנקודה B העבירו קוטר במעגל. הקוטר חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור)
 (1) מצא את שיעורי הנקודה C.

משוואת המעגל

$$(x-10)^2 + y^2 = 25$$

M(10,0) R = 5

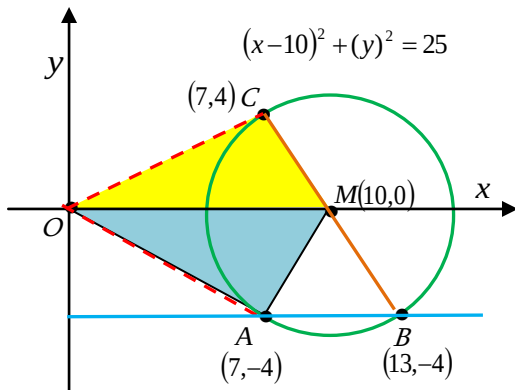


נקודה C

B	M	C
(13, -4)	(10, 0)	(x ₂ , y ₂)
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$		
$10 = \frac{13 + x_2}{2} \quad 0 = \frac{-4 + y_2}{2}$		
$20 = 13 + x_2 \quad 0 = -4 + y_2$		
$x_2 = 7 \quad y_2 = 4$		
C(7,4)		

תשובה: C (7,4)

(2) מצא את שטח המרובע OCMA (O – ראשית הצירים)
 השטח מורכב משני משולשים : משולש OCM ומשולש OAM



שטח משולש OCM

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{OCM} = \frac{10 \cdot 4}{2} \quad S_{OCM} = 20$$

שטח משולש OAM

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{OAM} = \frac{10 \cdot 4}{2} \quad S_{OAM} = 20$$

שטח המרובע OCMA

$$S_{OCMA} = S_{OCM} + S_{OAM}$$

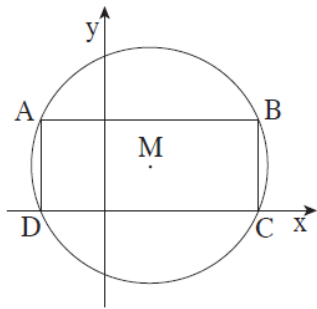
$$S_{OCMA} = 20 + 20 = 40$$

תשובה: $S_{OCMA} = 40$

תשובה סופית:

(א) $A(7,-4)$ **(ב)** $C(7,4)$ **(ג)** $B(13,-4)$ **(ד)** $S_{OCMA} = 40$

שאלה מספר 21: מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשס"ט 2009



נתון מעגל שמשוואתו $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 169$ ומרכזו M.

המעגל חותך את ציר ה-x בנקודות C ו-D (ראה ציור)

א. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

ב. במעגל חסום מלבן ABCD (ראה ציור)

מצא את הקדקודים A ו-B.

ג. חשב את היקף המשולש AMD.

פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

נקודות CD

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 = 169$$

$$y = 0$$

$$(x-5)^2 + (0-5)^2 = 169$$

$$(x-5)^2 = 169 - 25$$

$$x-5 = \pm\sqrt{144}$$

$$x = \pm 12 + 5$$

$$x_1 = -12 + 5 = -7$$

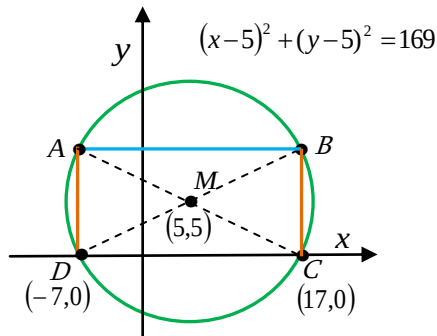
$$x_2 = +12 + 5 = 17$$

$$D(-7,0) \quad C(17,0)$$

משוואת המעגל

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 = 169$$

$$M(5,5) \quad R=13$$



תשובה: $D(-7,0) \quad C(17,0)$

(ב) במעגל חסום מלבן ABCD (ראה ציור) מצא את הקדקודים A ו-B.

נקודה A

$$\begin{array}{ccc} C & M & A \\ (17,0) & (5,5) & (x_2, y_2) \end{array}$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$5 = \frac{17 + x_2}{2} \quad 5 = \frac{0 + y_2}{2}$$

$$10 = 17 + x_2 \quad 10 = 0 + y_2$$

$$x_2 = -7 \quad y_2 = 10$$

$$A(-7,10)$$

נקודה B

$$\begin{array}{ccc} D & M & B \\ (-7,0) & (5,5) & (x_2, y_2) \end{array}$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$5 = \frac{-7 + x_2}{2} \quad 5 = \frac{0 + y_2}{2}$$

$$10 = -7 + x_2 \quad 10 = 0 + y_2$$

$$x_2 = 17 \quad y_2 = 10$$

$$B(17,10)$$

תשובה: $B(17,10) \quad A(-7,10)$

(ג) חשב את היקף המשולש AMD.

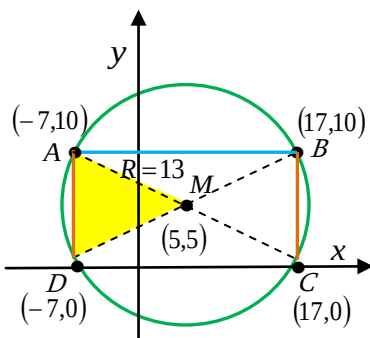
$$P_{AMD} = AD + DM + AM$$

$$P_{AMD} = 10 + 13 + 13 = 36$$

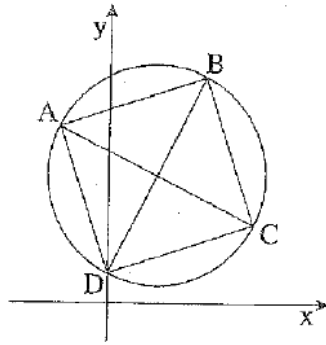
תשובה: $P = 36$

תשובה סופית:

(א) $D(-7,0) \quad C(17,0)$ (ב) $A(-7,10) \quad B(17,10)$ (ג) $P = 36$



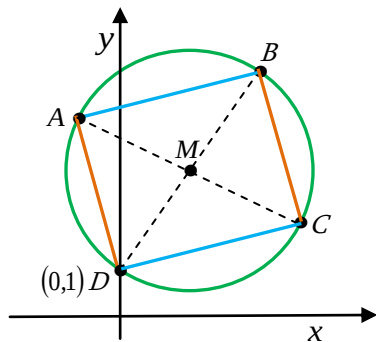
שאלה מספר 22: מבחן בגרות 35003 מועד חצב/ ברק תש"ע 2010



בציור שלפניך הריבוע ABCD חסום במעגל שמשוואתו $(x-2)^2 + (y-5)^2 = R^2$
 נתון : שיעורי הקדקוד D הם $D(0,1)$.

- (א) חשב את R^2
 (ב) מצא את שיעורי הקדקוד B.
 (ג) מצא את משוואת הישר AC.
 (ד) חשב את שטח המשולש BDC.

פתרון:

(א) חשב את R^2 

$$R^2$$

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = R^2$$

$$D(0,1)$$

$$(0-2)^2 + (1-5)^2 = R^2$$

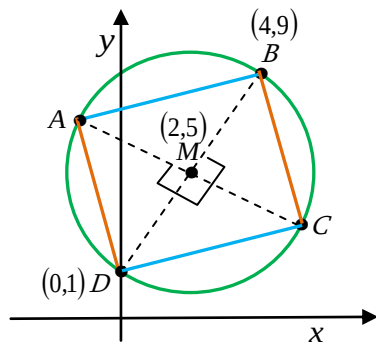
$$20 = R^2$$

$$(0-2)^2 + (1-5)^2 = 20$$

תשובה: $R^2 = 20$

(ב) מצא את שיעורי הקדקוד B.

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 20$$



משוואת המעגל

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 20$$

$$M(2,5) \quad R = \sqrt{20}$$

נקודה B

D	M	B
(0,1)	(2,5)	(x_2, y_2)
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$		$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$2 = \frac{0 + x_2}{2}$		$5 = \frac{1 + y_2}{2}$
$4 = 0 + x_2$		$10 = 1 + y_2$
$x_2 = 4$		$y_2 = 9$

B(4,9)

תשובה: B(4,9)

(ג) מצא את משוואת הישר AC.

שיפוע DB

$$D(0,1) \quad B(4,9)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{DB} = \frac{(9) - (1)}{(4) - (0)} = \frac{8}{4}$$

$$m_{DB} = 2$$

שיפוע AC

$$m_{DB} = 2 \quad m_{AC} = -\frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(2,5) \quad m = -\frac{1}{2}$$

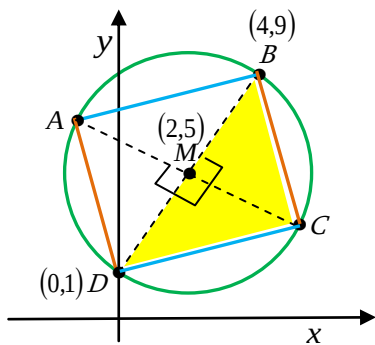
$$y - 5 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 1 + 5$$

$$Y = -\frac{1}{2}x + 6$$

תשובה: $y_{AC} = -\frac{1}{2}x + 6$

$$(x-2)^2 + (y-5)^2 = 20$$



(ד) חשב את שטח המשולש BDC.

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

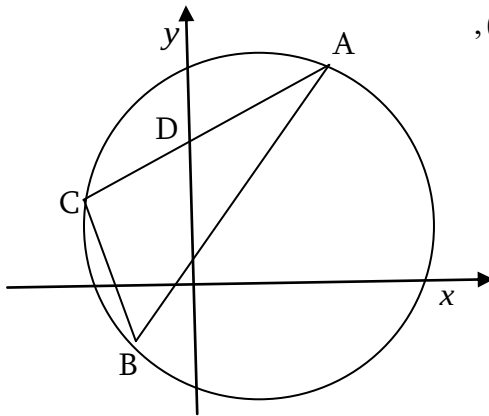
$$S_{BDC} = \frac{2 \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{20}}{2} \quad S_{BDC} = 20$$

תשובה: $S_{BDC} = 20$

תשובה סופית :

$$S_{BDC} = 20 \quad (\text{ד}) \quad y_{AC} = -\frac{1}{2}x + 6 \quad (\text{ג}) \quad B(4,9) \quad (\text{ב}) \quad R^2 = 20 \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 23: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ט 2009



משולש ABC חסום במעגל שמשוואתו $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 50$, משוואת הישר AB היא $y = 2x + 1$ (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. הנקודה D (O, y) היא אמצע הצלע AC (ראה ציור).

(1) מצא את שיעור ה-x של הנקודה C.

(2) מצא את שיעור ה-y של הנקודה C

אם ידוע כי שיעור זה גדול מ-2.

פתרון:

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

נקודות AB

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 50$$

$$y = 2x + 1$$

$$(x-3)^2 + (2x+1-2)^2 = 50$$

$$(x-3)^2 + (2x-1)^2 = 50$$

$$x^2 - 6x + 9 + 4x^2 - 4x + 1 = 50$$

$$5x^2 - 10x - 40 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-10) \pm \sqrt{100 - 4(5)(-40)}}{2 \cdot 5}$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm 30}{10}$$

$$x_A = 4 \quad x_B = -2$$

נקודות AB

$$y = 2x + 1$$

$$x_A = 4 \quad x_B = -2$$

$$y = 2(4) + 1 = 9$$

$$A(4,9)$$

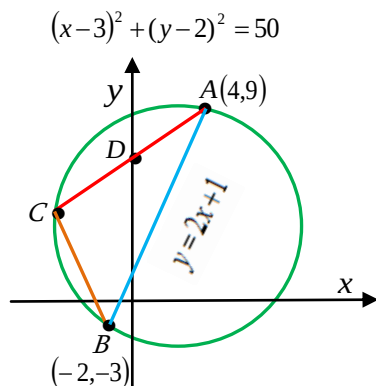
$$y = 2(-2) + 1 = -3$$

$$B(-2,-3)$$

תשובה: A(4,9) B(-2,-3)

(ב1). הנקודה D (O, y) היא אמצע הצלע AC

מצא את שיעורי ה-x של הנקודה C.



נקודה C

$$\begin{matrix} A & D & C \\ (4,9) & (0,y) & (x_2,y_2) \end{matrix}$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$0 = \frac{4 + x_2}{2}$$

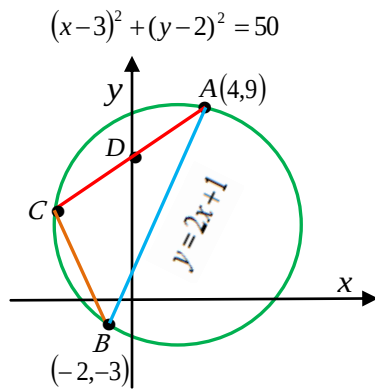
$$0 = 4 + x_2$$

$$x_C = -4$$

$$C(-4,y)$$

תשובה: $x_C = -4$

(2ב) מצא את שיעורי ה- y של הנקודה C אם ידוע כי שיעור זה גדול מ- 2.



נקודה C

$$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 50$$

$$x = -4$$

$$(-4-3)^2 + (y-2)^2 = 50$$

$$(y-2)^2 = 50 - 49$$

$$y-2 = \pm\sqrt{1}$$

$$y = \pm 1 + 2$$

$$y_1 = -1 + 2 = 1$$

$$y_2 = +1 + 2 = 3$$

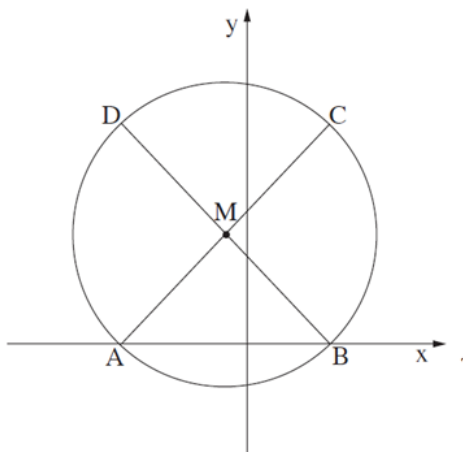
$$C(-4, 3)$$

תשובה: $y_C = 3$

תשובה סופית:

א. $B(-2, -3)$ $A(4, 9)$ ב. $x_C = -4$ (1) ב. $y_C = 3$ (2).

שאלה מספר 24: מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשע"ב 2012



- נתון מעגל שמשוואתו $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 50$ ומרכזו בנקודה M.
 A, B הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x (ראה ציור).
 א. (1) מצא את שיעורי הנקודות A, B, M.
 (2) כל אחד מהקטעים AC ו-BD הוא קוטר במעגל.
 מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.
 ב. (1) מצא את משוואת התיכון לצלע AC במשולש ADC.
 (2) סמן ב-E את נקודת החיתוך של המשך התיכון DM עם ציר ה-y. מצא את שטח המשולש AEB.

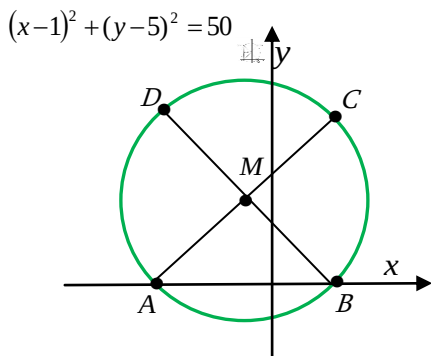
פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודות A, B, M.

משוואת המעגל

$$(x+1)^2 + (y-5)^2 = 50$$

$$M(-1, 5) \quad R = \sqrt{50}$$



נקודות AB

$$(x+1)^2 + (y-5)^2 = 50$$

$$y = 0$$

$$(x+1)^2 + (0-5)^2 = 50$$

$$(x+1)^2 = 50 - 25$$

$$x+1 = \pm\sqrt{25}$$

$$x = \pm 5 - 1$$

$$x_1 = -5 - 1 = -6$$

$$x_2 = 5 - 1 = 4$$

$$A(-6, 0) \quad B(4, 0)$$

תשובה: $M(-1, 5) \quad A(-6, 0) \quad B(4, 0)$

(א) כל אחד מהקטעים AC ו-BD הוא קוטר במעגל מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

נקודה C

$$\begin{array}{ccc} A & M & C \\ (-6, 0) & (-1, 5) & (x_2, y_2) \end{array}$$

$$x_1, y_1 \quad x_M, y_M$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$-1 = \frac{-6 + x_2}{2} \quad 5 = \frac{0 + y_2}{2}$$

$$-2 = -6 + x_2 \quad 10 = 0 + y_2$$

$$x_2 = 4 \quad y_2 = 10$$

$$C(4, 10)$$

נקודה D

$$\begin{array}{ccc} B & M & D \\ (4, 0) & (-1, 5) & (x_2, y_2) \end{array}$$

$$x_1, y_1 \quad x_M, y_M$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$-1 = \frac{4 + x_2}{2} \quad 5 = \frac{0 + y_2}{2}$$

$$-2 = 4 + x_2 \quad 10 = 0 + y_2$$

$$x_2 = -6 \quad y_2 = 10$$

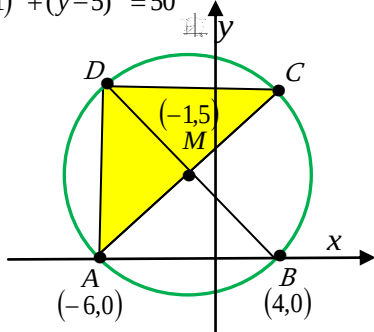
$$D(-6, 10)$$

תשובה: $C(4, 10) \quad D(-6, 10)$

(1ב) מצא את משוואת התיכון לצלע AC במשולש ADC.

התיכון לצלע AC הוא הישר DM

$$(x-1)^2 + (y-5)^2 = 50$$

**שיפוע התיכון**

$$D(-6,10) \quad M(-1,5)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{DM} = \frac{5 - 10}{-1 + 6} = \frac{-5}{5} =$$

$$m_{DM} = -1$$

משוואת DM

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(-1,5) \quad m = -1$$

$$y - 5 = -1(x + 1)$$

$$y = -1x - 1 + 5$$

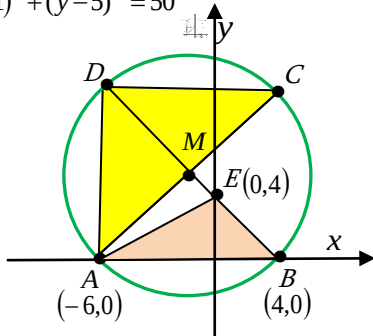
$$y = -1x + 4$$

$$y_{DM} = -1x + 4 \quad \text{תשובה:}$$

(2ב) סמן ב-E את נקודת החיתוך של המשך התיכון DM עם ציר ה-y.

מצא את שטח המשולש AEB.

$$(x-1)^2 + (y-5)^2 = 50$$

**נקודה E**

$$y = -1x + 4$$

$$x = 0$$

$$y = -1(0) + 4 = 4$$

$$E(0,4)$$

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{AEB} = \frac{10 \cdot 4}{2}$$

$$S_{AEB} = 20$$

$$S_{AEB} = 20 \quad \text{תשובה:}$$

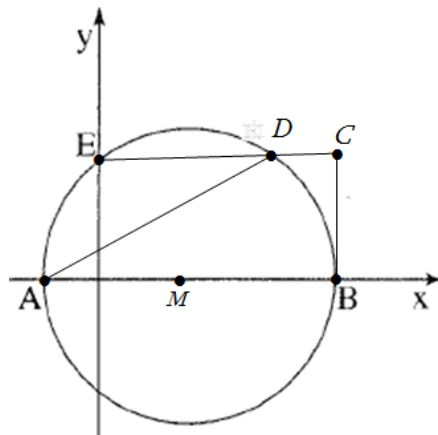
תשובה סופית :

$$C(4,10) \quad D(-6,10) \quad (2א) \quad M(-1,5) \quad A(-6,0) \quad B(4,0) \quad (1א)$$

$$S_{AEB} = 20 \quad (2ב)$$

$$y_{DM} = -1x + 4 \quad (1ב)$$

שאלה מספר 25: מבחן בגרות 35003 מועד פברואר תשס"ז 2007



$$(x-6)^2 + y^2 = 100$$

חותך את ציר ה-x בנקודות A ו-B,

ואת ציר ה-y בחלקו החיובי בנקודה E (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודות E, B, A.

מהנקודה E העבירו ישר, המקביל לציר ה-x

וחותך את המעגל בנקודה נוספת D.

מהנקודה D האריכו את הישר ED עד נקודה C,

כך ש- $ED = 3DC$.

ב. חשב את שיעורי הנקודות D ו-C.

ג. חשב את שטח הטרפז ABCD.

פתרון**א. מצא את שיעורי הנקודות E, B, A.**

$$\begin{aligned} \text{נקודות E} \\ (x-6)^2 + y^2 &= 100 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$(0-6)^2 + y^2 = 100$$

$$y^2 = 100 - 36$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{64} = \pm 8$$

$$x_1 = +8$$

$$x_2 = -8$$

$$E(0,8)$$

$$\begin{aligned} \text{נקודות AB} \\ (x-6)^2 + y^2 &= 100 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$$(x-6)^2 + (0)^2 = 100$$

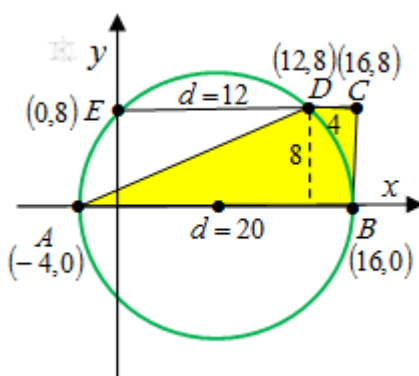
$$(x-6)^2 = \pm\sqrt{100}$$

$$x_{1,2} = \pm 10 + 6$$

$$x_1 = +10 + 6 = 16$$

$$x_2 = -10 + 6 = -4$$

$$A(-4,0) \quad B(16,0)$$

תשובה: $A(-4,0) \quad B(16,0) \quad E(0,8)$ **מהנקודה E העבירו ישר, המקביל לציר ה-x וחותך את המעגל בנקודה נוספת D.****מהנקודה D האריכו את הישר ED עד נקודה C, כך ש- $ED = 3DC$.****ב. חשב את שיעורי הנקודות D ו-C.**

$$\begin{aligned} \text{נקודות D} \\ (x-6)^2 + y^2 &= 100 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

$$(x-6)^2 + (8)^2 = 100$$

$$(x-6)^2 + 64 = 100$$

$$x-6 = \pm\sqrt{36} = \pm 6$$

$$x_{1,2} = \pm 6 + 6$$

$$x_1 = 12 \quad x_2 = 0$$

$$D(12,8) \quad E(0,8)$$

$$\begin{aligned} \text{נקודה C} \\ ED &= 3DC \\ x &= 12 \end{aligned}$$

$$12 = 3x$$

$$x = 4$$

$$C(16,8)$$

תשובה: $D(12,8) \quad C(16,8)$ **ג. חשב את שטח הטרפז ABCD.****שטח הטרפז ABCD**

$$S_{ABCD} = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$$

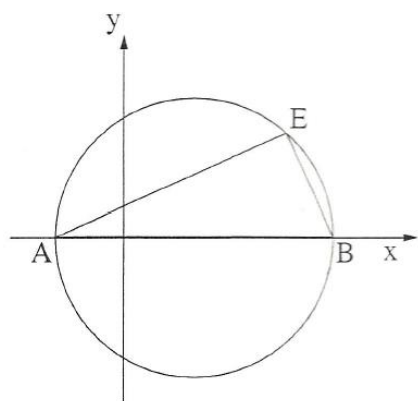
$$S_{ABCD} = \frac{(20+4) \cdot 8}{2} = 96$$

תשובה: $S_{ABCD} = 96$ **תשובה סופית:****(א)** $E(0,8) \quad B(16,0) \quad A(-4,0) \quad C(16,8) \quad D(12,8)$ **(ב)** $S_{ABCD} = 96$ **(ג)**

פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ - יוסי דהן"

בכתובת: <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

שאלה מספר 26: מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר תשע"ב 2012



נתון מעגל שמשוואתו $(x-2)^2 + y^2 = 25$

המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B, כמתואר בציור.

(א). מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

(ב). נקודה E נמצאת על המעגל ברביע הראשון.

שטח המשולש ABE הוא 20.

(1) מצא את שיעור ה- y של הנקודה E.

(2) מצא את שיעור ה- x של הנקודה E.

(ג). מהנקודה E העבירו ישר המקביל לציר ה- y והוא חותך את המעגל בנקודה F.

מצא את שיעורי הנקודה F נמק.

פתרון:

(א) מצא את הנקודות A ו-B.

נקודות A ו-B

$$(x-2)^2 + y^2 = 25$$

$$y = 0$$

$$(x-2)^2 + (0)^2 = 25$$

$$(y-2)^2 = 25$$

$$x-2 = \pm\sqrt{25}$$

$$x_{1,2} = \pm 5 + 2$$

$$x_1 = -5 + 2 = -3$$

$$x_2 = +5 + 2 = 7 \quad B(7,0) \quad A(-3,0) \quad \text{תשובה:}$$

$$A(-3,0) \quad B(7,0)$$

ב. נקודה E נמצאת על המעגל ברביע הראשון. שטח המשולש ABE הוא 20.

(1) מצא את שיעור ה- y של הנקודה E.

המרחק בין הנקודות AB הוא $2R$: לכן המרחק הוא $2 \cdot 5 = 10$

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$20 = \frac{10 \cdot y_E}{2}$$

$$40 = 10 \cdot y_E \quad y_E = 4$$

תשובה: $y_E = 4$

(2) מצא את שיעור ה- x של הנקודה E.

נקודה E

$$(x-2)^2 + y^2 = 25$$

$$y = 4$$

$$(x-2)^2 + (4)^2 = 25$$

$$(x-2)^2 + 16 = 25$$

$$x-2 = \pm\sqrt{9}$$

$$x_{1,2} = \pm 3 + 2$$

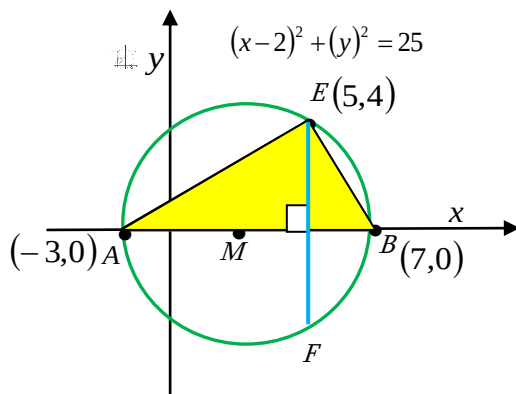
$$x_1 = -3 + 2 = -1$$

$$x_2 = +3 + 2 = +5$$

$$E(5,4) \quad (-1,4)$$

תשובה: $E(5,4)$ ג. מהנקודה E העבירו ישר המקביל לציר ה- y והוא חותך את המעגל בנקודה F.

מצא את שיעורי הנקודה F נמק.



נקודה F

$$(x-2)^2 + y^2 = 25$$

$$x = 5$$

$$(5-2)^2 + (y)^2 = 25$$

$$9 + y^2 = 25$$

$$y = \pm\sqrt{16}$$

$$y_{1,2} = \pm 4$$

$$y_1 = -4$$

$$y_2 = +4$$

$$E(5,4) \quad F(5,-4)$$

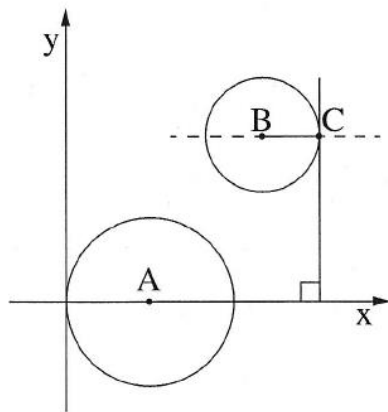
תשובה: $F(5,-4)$ תשובה סופית:(א) $A(-3,0)$ (ב1) $y_E = 4$ (ב2) $E(5,4)$ (ג) $F(5,-4)$

שאלה מספר 27 : מבחן בגרות 35803 מועד פברואר תשע"ג 2013.

בציור שלפניך נתונים שני מעגלים שמשוואותיהם הן:

$$(x-3)^2 + y^2 = R^2 \quad \text{I}$$

$$(x-7)^2 + (y-6)^2 = 4 \quad \text{II}$$



הנקודות A ו-B הן מרכזי המעגלים הנתונים.

(א) מעגל I עובר דרך ראשית הצירים (ראה ציור)

מצא את רדיוס המעגל.

(ב) דרך מרכז המעגל II (הנקודה B)

העבירו ישר המקביל לציר ה-x.

הישר חותך את המעגל בנקודה C (כמתואר בציור)

מצא את שיעורי הנקודה C.

(ג) דרך הנקודה C העבירו אנך לציר ה-x,

החותך אותו בנקודה D (שאינה מסומנת בציור)

מצא את שטח הטרפז ABCD.

פתרון:

(א) מעגל I עובר דרך ראשית הצירים (ראה ציור) מצא את רדיוס המעגל.

מציאת רדיוס המעגל R^2

$$(x-3)^2 + y^2 = R^2$$

$$O(0,0)$$

$$(3-0)^2 + (0-0)^2 = R^2$$

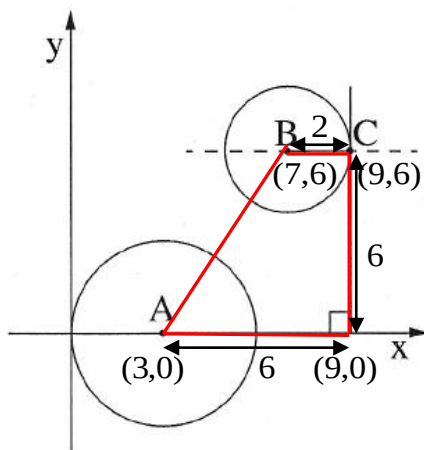
$$R^2 = 9$$

$$R = \sqrt{9} = 3$$

תשובה: $R = 3$

(ב) דרך מרכז המעגל II (הנקודה B) העבירו ישר המקביל לציר ה-x.

הישר חותך את המעגל בנקודה C (כמתואר בציור) מצא את שיעורי הנקודה C.



נקודה C

$$(x-7)^2 + (y-6)^2 = 4$$

$$y = 6$$

$$(x-7)^2 + (6-6)^2 = 4$$

$$(x-7) = \pm\sqrt{4}$$

$$x_{1,2} = \pm 2 + 7$$

$$x_1 = 9 \quad x_2 = 5$$

$$(5,6) \quad C(9,6)$$

תשובה: $C(9,6)$

(ג) דרך הנקודה C העבירו אנך לציר ה-x, החותך אותו בנקודה D (שאינה מסומנת בציור)

מצא את שטח הטרפז ABCD.

שטח הטרפז

$$S = \frac{(a+b) \cdot h}{2} = \frac{(6+2) \cdot 6}{2} = 24$$

$$S_{ABCD} = 24$$

תשובה: $S_{ABCD} = 24$

תשובה סופית :

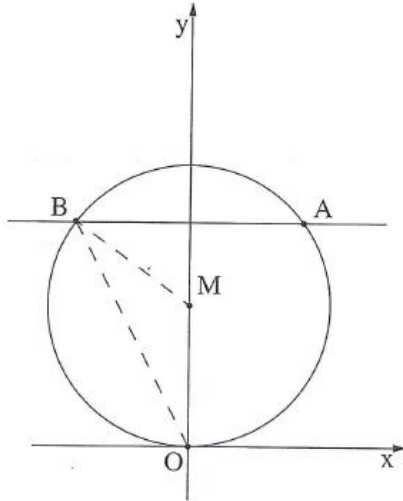
$$S_{ABCD} = 24 \quad (\text{ג}) \quad C(9,6) \quad (\text{ב})$$

$$R = 3 \quad (\text{א})$$

פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ - יוסי דהן"

בכתובת : <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

שאלה מספר 28: מבחן בגרות 35803 מועד א קיץ תשע"ד 2014.



נתון מעגל שמשוואתו $x^2 + (y-5)^2 = R^2$ ומרכזו M.

הנקודה A (4,8) נמצאת על המעגל.

א. מצא את R ורשום את משוואת המעגל.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x.

הישר חותך את המעגל בנקודה נוספת B.

(ראה ציור).

ב. (1) מצא את משוואת הישר המקביל לציר ה-x.

(2) מצא את שיעורי הנקודה B.

ג. (1) הראה בעזרת חישוב כי המעגל עובר

דרך ראשית הצירים O.

(2) מצא את היקף המשולש BMO.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פתרון:

א. מצא את R ורשום את משוואת המעגל.

(א) (1) מצא את רדיוס המעגל.

מציאת רדיוס המעגל R

$$(x)^2 + (y-5)^2 = R^2$$

$$A(4,8)$$

$$(4)^2 + (8-5)^2 = R^2$$

$$R^2 = 25$$

$$R = \sqrt{25} = 5$$

$$(x)^2 + (y-5)^2 = 25 \quad (2א) \quad R = \sqrt{25} = 5 \quad (1א) \quad \text{תשובה:}$$

ב. (1) מצא את משוואת הישר המקביל לציר ה-x. (2) מצא את שיעורי הנקודה B.

נקודה B

$$x^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$y = 8$$

$$x^2 + (8-5)^2 = 25$$

$$x^2 + 9 = 25$$

$$x^2 = 16$$

$$= \pm\sqrt{16}$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = -4$$

$$B(-4,8)$$

תשובה: הנקודה B (-4,8) ברביע השני

משוואת המקביל

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(4,8) \quad m = 0$$

$$y - 8 = 0(x - 4)$$

$$y_{AB} = 8$$

ג. (1) הראה בעזרת חישוב כי המעגל עובר דרך ראשית הצירים – O.

ראשית הצירים (0, 0)

$$(x)^2 + (y - 5)^2 = 25$$

$$(0,0)$$

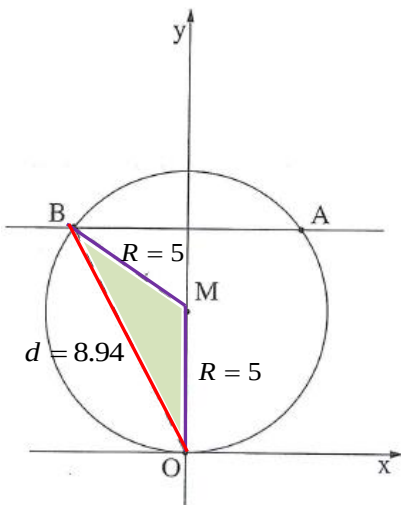
$$(0)^2 + (0 - 5)^2 = R^2$$

$$25 = 25$$

תשובה: המעגל עובר דרך ראשית הצירים

(2) מצא את היקף המשולש BMO.

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



אורך קטע OB

$$O(0,0) \quad B(-4,8)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (-4 - 0)^2 + (8 - 0)^2$$

$$d_{OB} = \sqrt{80}$$

$$d_{OB} = 8.94$$

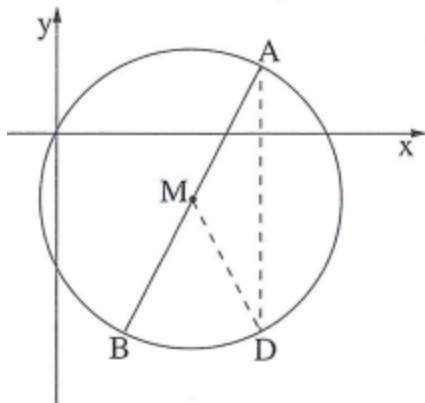
$$P = 5 + 5 + 8.94 = 18.94$$

תשובה: $P = 18.94$

תשובה סופית:

$$p = 18.94 \quad (2\text{ג}) \quad y = 8 \quad (1\text{ג}) \quad B(-4,8) \quad (2\text{ב}) \quad y = 8 \quad (1\text{ב}) \quad x^2 + (y-5)^2 = 25 \quad R=5 \quad (א)$$

שאלה מספר 29: מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשע"ה 2015.



נתון מעגל המקיים : $(x-4)^2 + (y+2)^2 = R^2$
הנקודה M היא מרכז המעגל.

הנקודה $B(2, -6)$. נמצאת על המעגל (ראה ציור).

(א) מצא את R^2 ורשום את משוואת המעגל.

(ב) מצא את משוואת הישר BM.

הישר BM חותך את המעגל בנקודה נוספת A.

ג. מצא את השיעורים של הנקודה A.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-y.
הישר חותך את המעגל בנקודה נוספת D (ראה ציור).

(1) מצא את השיעורים של הנקודה D.

(2) מצא את אורך המיתר AD.

(א) מצא את R^2 ורשום את משוואת המעגל.

משוואת המעגל

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 20$$

מציאת R^2

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 = R^2$$

$$B(2, -6)$$

$$(2-4)^2 + (-6+2)^2 = R^2$$

$$20 = R^2$$

תשובה: $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 20$

(ב) מצא את משוואת הישר BM.

משוואת BM

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(2, -6) \quad m = 2$$

$$y + 6 = 2(x - 2)$$

$$y = 2x - 4 - 6$$

$$y = 2x - 10$$

תשובה: $y = 2x - 10$

שיפוע BM

$$B(2, -6) \quad M(4, -2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(-2) - (-6)}{(4) - (2)} = \frac{4}{2} = 2$$

נקודה A

$$\begin{array}{ccc} B & M & A \\ (2, -6) & (4, -2) & (-, -) \end{array}$$

$$x_1, y_1 \quad x_M, y_M$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$4 = \frac{(2) + x_2}{2}$$

$$-2 = \frac{(-6) + y_2}{2}$$

$$x_2 = 6$$

$$y_2 = 2$$

$$A(6, 2)$$

הישר BM חותך את המעגל בנקודה נוספת A.
ג. מצא את השיעורים של הנקודה A.

תשובה: A(6, 2)

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- y.
הישר חותך את המעגל בנקודה נוספת D (ראה ציור)

(1ד). מצא את השיעורים של הנקודה D.

נקודה D

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 = 20$$

$$x = 6$$

$$(6-4)^2 + (y+2)^2 = 20$$

$$(y+2)^2 = 20 - 4$$

$$y+2 = \pm\sqrt{16}$$

$$y = \pm 4 - 2$$

$$y_1 = -4 - 2 = -6$$

$$y_2 = +4 - 2 = 2$$

$$D(6, -6)$$

תשובה: D(6, -6)

(2ד) מצא את אורך המיתר AD.

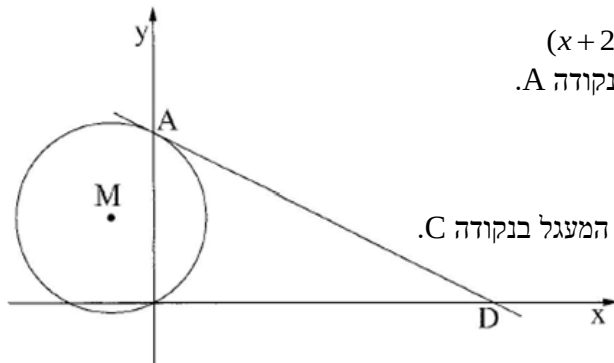
אורך המיתר מהנקודה A(6,2) עד הנקודה D(6,-6) הוא $d_{AD} = 8$

תשובה: $d_{AD} = 8$

תשובה סופית:

(א) $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 20$ (ב) $y = 2x - 10$ (ג) A(6,2)

(1ד) D(6, -6) (2ד) $d_{AD} = 8$

ה. משיק למעגל**משפטים במעגל: ישר המשיק למעגל יוצר עם הרדיוס זווית של 90 מעלות****שאלה מספר 30:** מבחן בגרות 35803 מועד א קיץ תשע"ה 2015.נתון מעגל שמשוואתו : $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 20$ המעגל חותך את ציר ה- y בחלקו החיובי בנקודה A. (ראה ציור)

א. מצא את השיעורים של הנקודה A.

M הוא מרכז המעגל. המשך AM חותך את המעגל בנקודה C.

ב. מצא את השיעורים של הנקודה C.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.

ג. מצא את משוואת המשיק.

המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה D.

ד. מצא את השיעורים של הנקודה D.

פתרון:**נקודה A**

$$(x+2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$x = 0$$

$$(0+2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

$$(y-4)^2 = 20 - 4$$

$$y-4 = \pm\sqrt{16}$$

$$y = \pm 4 + 4$$

$$y_1 = -4 + 4 = 0$$

$$y_2 = +4 + 4 = 8$$

$$A(0,8)$$

א. מצא את השיעורים של הנקודה A.**תשובה:** A (0,8)**M הוא מרכז המעגל. המשך AM חותך את המעגל בנקודה C.****ב. מצא את השיעורים של הנקודה C.**

C	M	A
(x_1 , y_1)	(-2, 4)	(0, 8)
x_1, y_1		x_1, y_1
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$		$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$-2 = \frac{(0) + x_2}{2}$		$4 = \frac{(8) + y_2}{2}$
$x_C = -4$	C (-4, 0)	$y_C = 0$

תשובה: C (-4,0)

**דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.
ג. מצא את משוואת המשיק .**

שיפוע MC
 $A (0,8) \quad M (-2,4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(4) - (8)}{(-2) - (0)} = \frac{-4}{-2} = 2$$

שיפוע המשיק
 $m_{AM} = 2 \quad m_{\text{המשיק}} = -\frac{1}{2}$
 שיפוע הופכי נגדי

משוואת AC
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(0,8) \quad m = -\frac{1}{2}$
 $y - 8 = -\frac{1}{2}(x - 0)$
 $y = -\frac{1}{2}x + 8$

תשובה: $y = -\frac{1}{2}x + 8$

**המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה D.
ד. מצא את השיעורים של הנקודה D.**

נקודה A
 $y = -\frac{1}{2}x + 8$
 $y = 0$
 $0 = -\frac{1}{2}x + 8$
 $\frac{1}{2}x = 8$
 $x = 16$
 $D (16,0)$

תשובה: $D (16,0)$

תשובה סופית:

$D (16,0) \quad (\text{ד}) \quad y = -\frac{1}{2}x + 8 \quad (\text{ג}) \quad C (-4,0) \quad (\text{ב}) \quad A (0,8) \quad (\text{א})$

שאלה מספר 31: מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשע"א 2011

הנקודה M היא מרכז המעגל $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$

הנקודה A היא נקודת החיתוך של הישר $y = 7$.

עם המעגל (ראה ציור)

ידוע שהנקודה A נמצאת ברביע הראשון

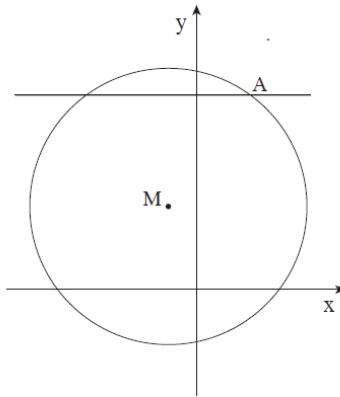
(א.) מצא את השעורים של הנקודה A.

(ב.) מצא את שיפוע הישר MA.

(ג.) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

(ד.) דרך הנקודה M העבירו אנך לישר $y = 7$

האנך חותך את הישר בנקודה B מצא את שטח המשולש AMB



פתרון:

(א) **מצא את השיעורים של הנקודה A**

נקודה A

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$y = 7$$

$$(x+1)^2 + (7-3)^2 = 25$$

$$(x+1)^2 = 25 - 16$$

$$x+1 = \pm\sqrt{9}$$

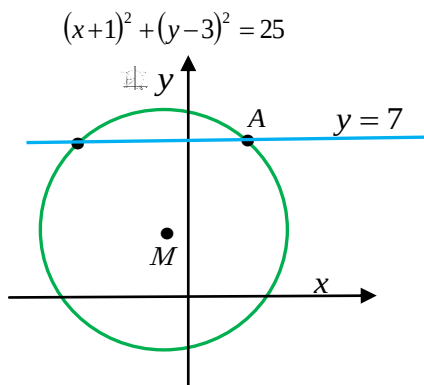
$$x_{1,2} = \pm 3 - 1$$

$$x_1 = +3 - 1 = 2$$

$$x_{1,2} = -3 - 1 = -4$$

$$A(2,7) \quad (-4,7)$$

תשובה: $A(2,7)$



(ב) **מצא את השיפוע MA.**

שיפוע MA

$$M(-1,3) \quad A(2,7)$$

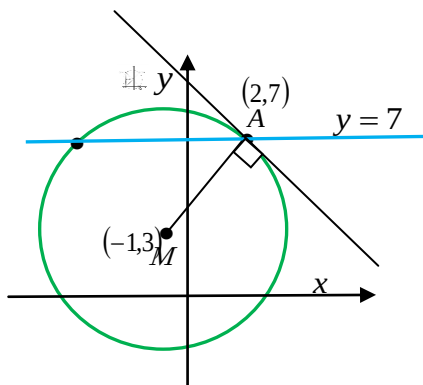
$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{MA} = \frac{7-3}{2-(-1)}$$

$$m_{MA} = \frac{4}{3}$$

תשובה: $m_{MA} = \frac{4}{3}$



משוואת המעגל

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$M(-1,3) \quad R = 5$$

(ג) מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה A.

שיפוע משיק

$$m_{MA} = \frac{4}{3} \quad m_{\text{משיק}} = -\frac{3}{4}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת משיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

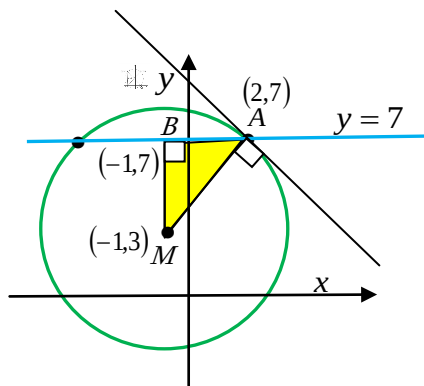
$$(2,7) \quad m = -\frac{3}{4}$$

$$y - 7 = -\frac{3}{4}(x - 2)$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 1\frac{1}{2} + 7$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2} \quad \text{תשובה:}$$

(ד) דרך הנקודה M העבירו אנך לישר $y = 7$ האנך חותך את הישר בנקודה B מצא את שטח המשולש AMB.נקודה B

$$B(-1,7)$$

שיפוע הופכי נגדי

$$S = \frac{MB \cdot AB}{2}$$

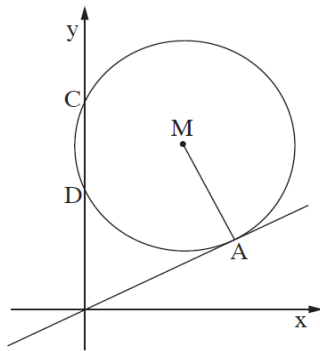
$$S_{AMB} = \frac{4 \cdot 3}{2} \quad S_{AMB} = 6$$

$$S_{AMB} = 6 \quad \text{תשובה:}$$

תשובה סופית:

$$S_{AMB} = 6 \quad (\text{ד}) \quad y = -\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2} \quad (\text{ג}) \quad m_{MA} = \frac{4}{3} \quad (\text{ב}) \quad A(2,7) \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 32: מבחן בגרות 35803 מועד א' קיץ תשע"ב 2012.



- בציור שלפניך מעגל שמרכזו בנקודה M.
 C ו-D הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-y.
 נתון כי בנקודה A (6,3) המעגל משיק לישר $y = \frac{1}{2}x$
 (א) מצא את משוואת הישר שעליו מונח הרדיוס AM.
 (ב) נתון כי מרכז המעגל M נמצא על הישר $y = 7$.
 מצא את משוואת המעגל.
 (ג) (1) מצא את אורך הקטע DC
 (2) מצא את שטח המשולש CDM

פתרון:

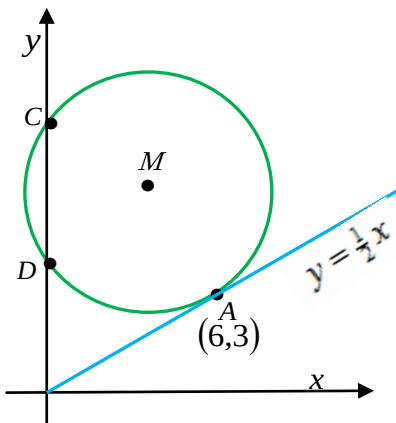
(א) מצא את משוואת הישר שעליו מונח הרדיוס AM.

שיפוע AM
 $m_{\text{משיק}} = \frac{1}{2} \quad m_{AM} = -2$
 שיפוע הופכי נגדי

משוואת AC
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(6,3) \quad m = -2$
 $y - 3 = -2(x - 6)$
 $y = -2x + 12 + 3$
 $y = -2x + 15$

תשובה: $y_{AC} = -2x + 15$

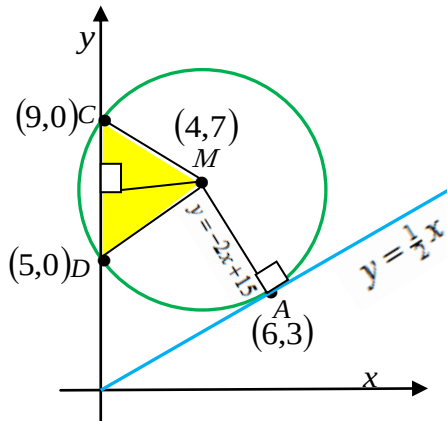
(ב) נתון כי מרכז המעגל M נמצא על הישר $y = 7$. מצא את משוואת המעגל.



נקודה M
 $y = -2x + 15$
 $y = 7$
 $7 = -2x + 15$
 $2x = 8$
 $x = 4$
 $M(4,7)$

משוואת המעגל
 $M(4,7) \quad R^2 = 20$
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$
 $M(4,7)$
 $(x - 4)^2 + (y - 7)^2 = R^2$
 $A(6,3)$
 $(6 - 4)^2 + (3 - 7)^2 = R^2$
 $R^2 = 20$
 $(x - 4)^2 + (y - 7)^2 = 20$

תשובה: $(x - 4)^2 + (y - 7)^2 = 20$

(1ג) מצא את אורך הקטע DC**נקודות CD**

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$x = 0$$

$$(0-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$(x-7)^2 = 20 - 16$$

$$x-7 = \pm\sqrt{4}$$

$$x_{1,2} = \pm 2 + 7$$

$$x_1 = +2 + 7 = 9$$

$$x_2 = -2 + 7 = 5$$

$$C(9,0) \quad D(5,0)$$

אורך הקטע CD

$$C(9,0) \quad D(5,0)$$

$$d_{DC} = 4$$

תשובה: $d_{DC} = 4$ **(2ג) מצא את שטח המשולש CDM**

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

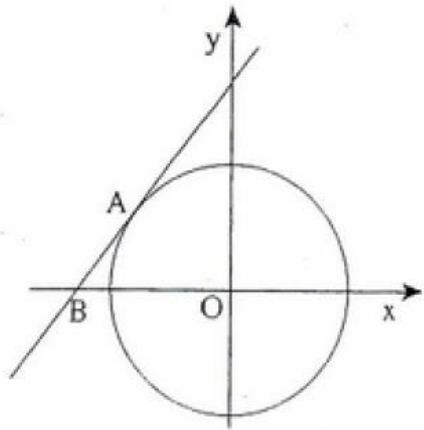
$$S_{CDM} = \frac{4 \cdot 4}{2}$$

$$S_{CDM} = 8$$

תשובה: $S_{CDM} = 8$ **תשובה סופית:**

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20 \quad (\text{ב}) \quad y_{AC} = -2x + 15 \quad (\text{א})$$

$$S_{CDM} = 8 \quad (\text{2ג}) \quad d_{DC} = 4 \quad (\text{1ג})$$

שאלה מספר 33: מבחן בגרות 35003 מועד פברואר תש"ע 2010

- נתון המעגל $x^2 + y^2 = 100$
 המשיק למעגל בנקודה A, הנמצאת ברביע השני,
 חותך את ציר ה-x בנקודה B.
 O - ראשית הצירים (ראה ציור)
 שיעור ה-y של נקודה A הוא 6.
 (א) מצא את שיעור ה-x של נקודה A.
 (ב) מצא את משוואת המשיק.
 (ג) חשב את היקף המשולש AOB.

פתרון:

(א) מצא את שיעור ה-x של נקודה A.

נקודה A

$$x^2 + y^2 = 100$$

$$y = 6$$

$$x^2 + (6)^2 = 100$$

$$x^2 = 100 - 36$$

$$x = \pm\sqrt{64} = \pm 8$$

$$x_1 = +8$$

$$x_2 = -8$$

$$A(-8,6)$$

תשובה: $x_A = -8$

(ב) מצא את משוואת המשיק.

שיפוע OA

$$O(0,0) \quad A(-8,6)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

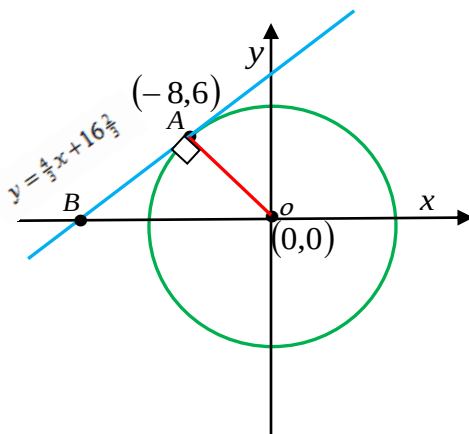
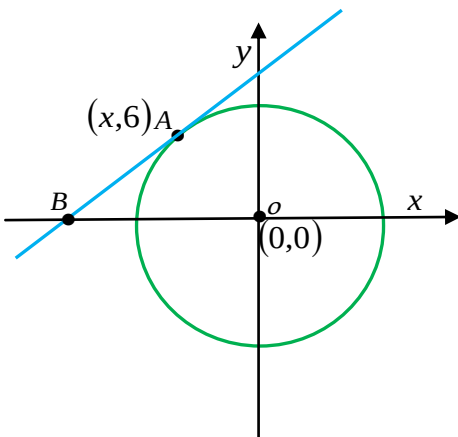
$$m_{AO} = \frac{(6) - (0)}{(-8) - (0)} = \frac{6}{-8}$$

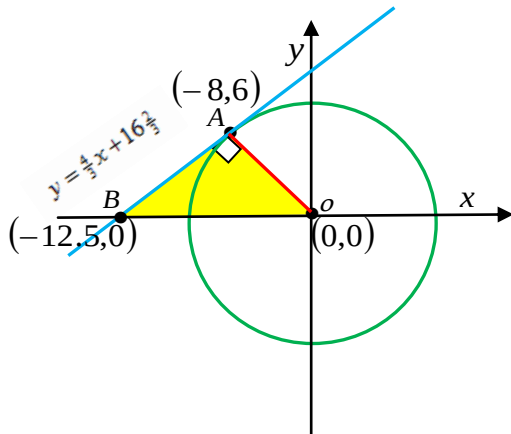
$$m_{AO} = -\frac{3}{4}$$

שיפוע משיק

$$m_{OA} = -\frac{3}{4} \quad m_{\text{משיק}} = \frac{4}{3}$$

שיפוע הופכי נגדי

תשובה: $y_{\text{משיק}} = \frac{4}{3}x + 16\frac{2}{3}$ 

(ג) חשב את היקף המשולש AOB.**נקודה B**

$$y = \frac{4}{3}x + 16\frac{2}{3}$$

$$y = 0$$

$$0 = \frac{4}{3}x + 16\frac{2}{3}$$

$$-\frac{4}{3}x = 16\frac{2}{3}$$

$$x = -12.5$$

$$B(-12.5, 0)$$

מרחק AB

$$A(-8, 6) \quad B(-12.5, 0)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (-12.5 + 8)^2 + (0 - 6)^2$$

$$d = 7.5$$

היקף המשולש AOB

$$P_{AOB} = OA + OB + AB$$

$$P_{AOB} = 10 + 12.5 + 7.5$$

$$P_{AOB} = 30$$

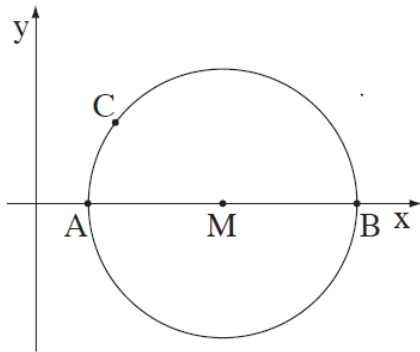
$$P_{AOB} = 30 \quad \text{תשובה:}$$

תשובה סופית:

$$P_{AOB} = 30 \quad (\text{ג}) \quad y_{\text{משיק}} = \frac{4}{3}x + 16\frac{2}{3} \quad (\text{ב}) \quad x_A = -8 \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 34: מבחן בגרות 35003 מועד ב קיץ תשע"א 2011

בסרטוט שלפניך נתון מעגל שמשוואתו $(x-7)^2 + y^2 = R^2$ (M – מרכז המעגל)
 הנקודות A ו- B הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- x .
 הנקודה C נמצאת על המעגל ברביע הראשון.
 נתון כי אורך הקטע AB הוא 10 יחידות.



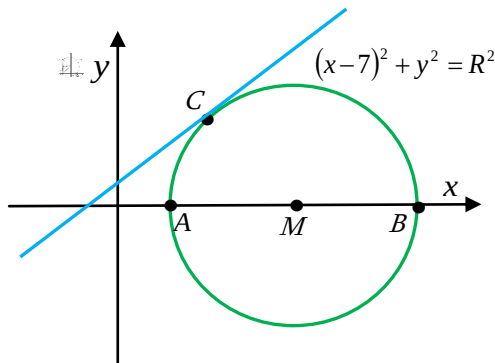
- א. מצא את R .
 ב. מצא את שיעורי הנקודות A ו- B .
 ג. נתון כי הישר $y = \frac{4}{3}x - 1$ משיק למעגל בנקודה C .
 (1) מצא את שיעורי נקודה C .
 (2) דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- y וחיתך את המעגל בנקודה D . מצא את שטח המשולש CDB .

פתרון:

(א) מצא את רדיוס המעגל R . ורשום את משוואת המעגל
 נתון כי אורך הקטע AB , שהוא קוטר המעגל, שווה ל-10 ס"מ,

לכן רדיוס המעגל חצי מהקוטר הוא $10:2 = 5$

ומכאן שמשוואת המעגל היא $(x-7)^2 + y^2 = 25$.

**משוואת המעגל**

$$(x-7)^2 + y^2 = 25$$

$$M(7,0) \quad R=5$$

תשובה: $R=5$, $(x-7)^2 + y^2 = 25$

(ב) מצא את שיעורי הנקודות A ו- B .

נקודות AB

$$(x-7)^2 + y^2 = 25$$

$$y = 0$$

$$(x-7)^2 + (0)^2 = 25$$

$$(x-7)^2 = 25$$

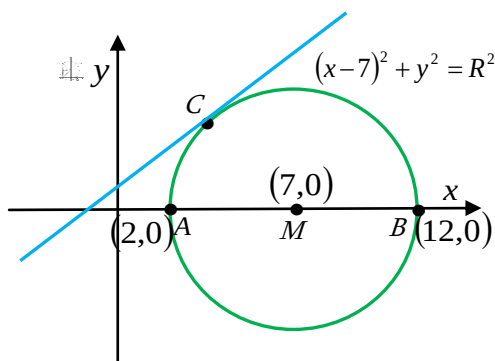
$$x-7 = \pm\sqrt{25}$$

$$x_{1,2} = \pm 5 + 7$$

$$x_{1,2} = -5 + 7 = 2$$

$$x_{1,2} = +5 + 7 = 12$$

$$A(2,0) \quad B(12,0)$$



תשובה: $A(2,0) \quad B(12,0)$

(ג) נתון כי הישר $y = \frac{4}{3}x - 1$ משיק למעגל בנקודה C.

(1) מצא את שיעורי נקודה C.

מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודות C ו-M.

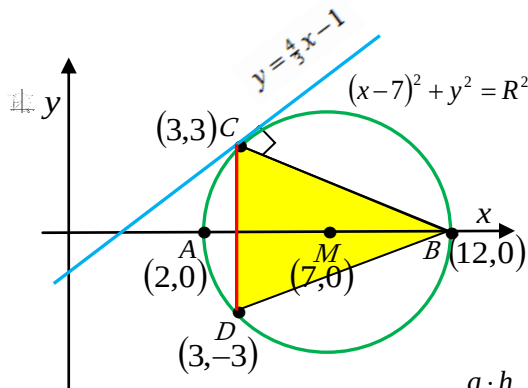
שיפוע CM	משוואת MC
$m_{\text{שיק}} = \frac{4}{3} \quad m_{CM} = -\frac{3}{4}$	$y - y_1 = m(x - x_1)$
שיפוע הופכי נגדי	$(7,0) \quad m = -\frac{3}{4}$
	$y - 0 = -\frac{3}{4}(x - 7)$
	$y = -\frac{3}{4}x + 5\frac{1}{4}$

נקודה C

$y_{CM} = y_{\text{שיק}}$	$y = \frac{4}{3}x - 1$
$-\frac{3}{4}x + 5\frac{1}{4} = \frac{4}{3}x - 1$	$x = 3$
$5\frac{1}{4} + 1 = \frac{3}{4}x + \frac{4}{3}x$	$y = \frac{4}{3}(3) - 1$
$6\frac{1}{4} = 2\frac{1}{12}x$	$y = 3$
$x = 3$	$C(3,3)$

תשובה: C(3,3)

(2) דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה-y וחותך את המעגל בנקודה D. מצא את שטח המשולש CDB.



נקודה D.

$$\begin{aligned}
 (x-7)^2 + y^2 &= 25 \\
 x &= 3 \\
 (3-7)^2 + y^2 &= 25 \\
 y^2 &= 25 - 16 \\
 y &= \pm\sqrt{9} \\
 x_{1,2} &= \pm 3 \\
 C(3,3) \quad D(3,-3)
 \end{aligned}$$

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

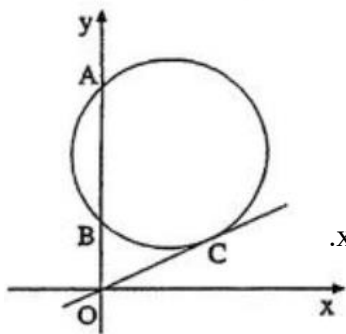
$$S_{CDB} = \frac{9 \cdot 6}{2}$$

$$S_{CDB} = 27$$

תשובה: $S_{CDB} = 27$ תשובה סופית :

A(2,0) B(12,0) (ב)	(א) $(x-7)^2 + y^2 = 25$, $R=5$
$S_{CDB} = 27$ (ד)	(ג) C(3,3) (1ג)

שאלה מספר 35: מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר תשס"ה 2005



$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

המעגל חותך את ציר ה- y בשתי הנקודות A ו-B (ראה ציור)

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

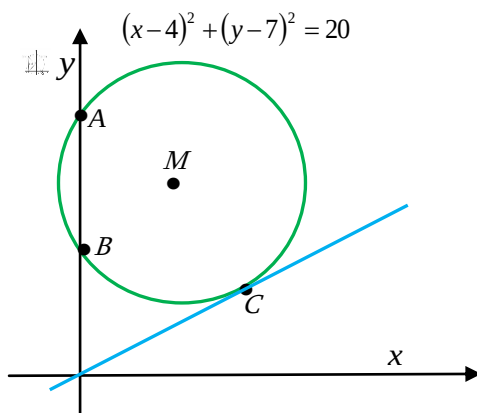
ב. הישר $y = \frac{1}{2}x$ משיק למעגל הנתון בנקודה C.

ג. מצא את השעורים של נקודה ההשקה C.

ד. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה C ומקביל לציר ה- x .

פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.



נקודות AB

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$x = 0$$

$$(0-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$(y-7)^2 = 20 - 16$$

$$y-7 = \pm\sqrt{4}$$

$$y_{1,2} = \pm 2 + 7$$

$$y_{1,2} = -2 + 7 = 5$$

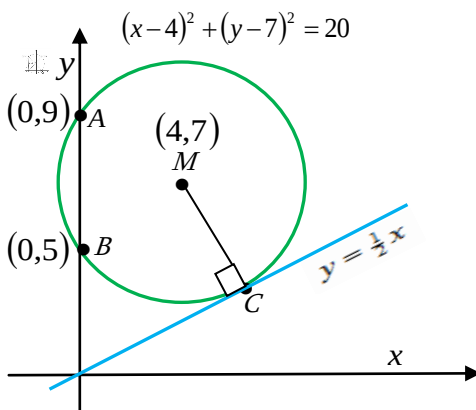
$$y_{1,2} = +2 + 7 = 9$$

$$A(0,9) \quad B(0,5)$$

תשובה: $A(0,9) \quad B(0,5)$

(ב) הישר $y = \frac{1}{2}x$ משיק למעגל הנתון בנקודה C.

מצא את השעורים של נקודה ההשקה C



שיפוע CM

$$m_{\text{שיק}} = \frac{1}{2} \quad m_{CM} = -2$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת המעגל

$$(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$$

$$M(4,7) \quad R = \sqrt{20}$$

משוואת MC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(4,7) \quad m = -2$$

$$y - 7 = -2(x - 4)$$

$$y = -2x + 8 + 7$$

$$y = -2x + 15$$

נקודה C

$$y_{CM} = y_{\text{שיק}}$$

$$-2x + 15 = \frac{1}{2}x$$

$$15 = 2x + \frac{1}{2}x$$

$$15 = 2\frac{1}{2}x$$

$$x = 6$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

$$x = 6$$

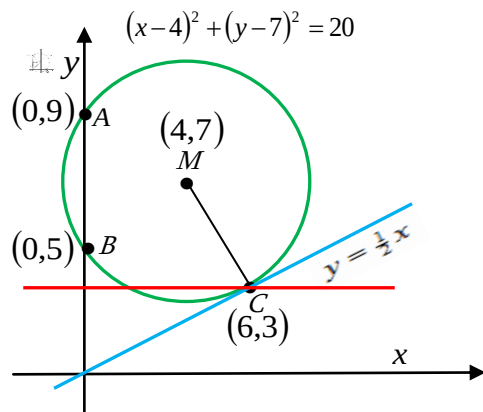
$$y = \frac{1}{2}(6)$$

$$y = 3$$

$$C(6,3)$$

תשובה: $C(6,3)$

(ג) מצא את משוואת הישר העובר דרך נקודה C ומקביל לציר ה- x .



משוואת ישר

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(6, 3) \quad m = 0$$

$$y - 3 = 0(x - 6)$$

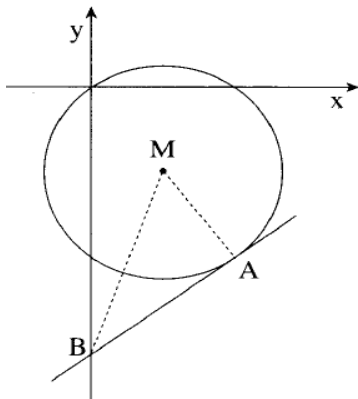
$$y = 3$$

תשובה: $y = 3$

תשובה סופית:

(א) $B(0, 5)$ (ב) $C(6, 3)$ (ג) $y = 3$

שאלה מספר 36: מבחן בגרות 35003 מועד א' קיץ תשס"ט 2009



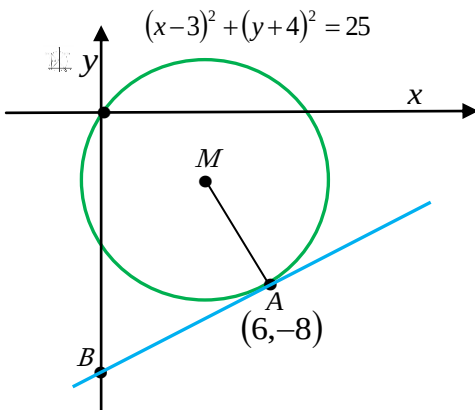
- נקודה M היא מרכז המעגל
שמשוואתו $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$.
בנקודה A (6, -8) מעבירים משיק למעגל.
המשיק חותך את ציר ה-y בנקודה B
(ראה ציור)
א. מצא את משוואת הישר AM
ב. מצא את משוואת המשיק.
ג. חשב את שטח המשולש ABM.

פתרון:

(א) מצא את משוואת הישר AM

משוואת המעגל
 $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$
 $M(3, -4) \quad R = 5$

שיפוע MA
 $M(3, -4) \quad A(6, -8)$
 $(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$
 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 $m_{MA} = \frac{(-8) - (-4)}{(6) - (3)} = \frac{-4}{3}$
 $m_{MA} = -\frac{4}{3}$



משוואת MA
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(6, -8) \quad m = -\frac{4}{3}$
 $y + 8 = -\frac{4}{3}(x - 6)$
 $y = -\frac{4}{3}x + 8 - 8$
 $y = -\frac{4}{3}x$

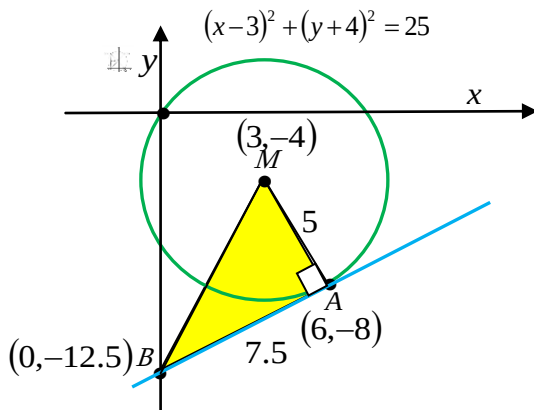
תשובה: $y = -\frac{4}{3}x$

(ב) מצא את משוואת המשיק.

שיפוע משיק
 $m_{MA} = -\frac{4}{3} \quad m_{\text{משיק}} = \frac{3}{4}$
 שיפוע הופכי נגדי

משוואת המשיק
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(6, -8) \quad m = \frac{3}{4}$
 $y + 8 = \frac{3}{4}(x - 6)$
 $y = \frac{3}{4}x - 4.5 - 8$
 $y = \frac{3}{4}x - 12.5$

תשובה: $y = \frac{3}{4}x - 12\frac{1}{2}$

(ג) חשב את שטח המשולש ABM.**נקודה B**

$$y = \frac{4}{3}x - 12.5$$

$$x = 0$$

$$y = \frac{4}{3}(0) - 12.5$$

$$y = -12.5$$

$$B(0, -12.5)$$

מרחק AB

$$A(6, -8) \quad B(0, -12.5)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (0 - 6)^2 + (-12.5 + 8)^2$$

$$d = 7.5$$

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{ABM} = \frac{7.5 \cdot 5}{2}$$

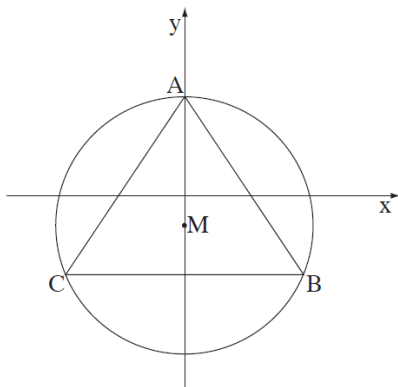
$$S_{ABM} = 18.75$$

תשובה: $S_{ABM} = 18.75$

תשובה סופית:

$$S_{ABM} = 18.75 \quad (\text{ג}) \quad y = \frac{3}{4}x - 12\frac{1}{2} \quad (\text{ב}) \quad y = -\frac{4}{3}x \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 37. מבחן בגרות 35803 מועד א' קיץ תשע"א 2011.



המעגל $x^2 + (y+3)^2 = 169$ חותך את החלק

החיובי של ציר ה- y בנקודה A.

B ו- C הן נקודות על המעגל כך ש- BC מקביל לציר ה- x (ראה ציור).

נתון כי C (-12, -8)

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

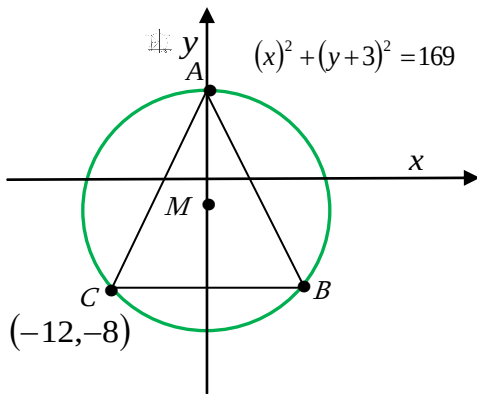
(ב) חשב את אורך הקטע BC.

(ג) חשב את שטח המשולש ABC.

(ד) מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

פתרון:

(א) מצא את הנקודות A ו- B.



נקודה A

$$x^2 + (y+3)^2 = 169$$

$$x = 0$$

$$(0)^2 + (y+3)^2 = 169$$

$$(y+3)^2 = 169$$

$$y+3 = \pm\sqrt{169}$$

$$y_{1,2} = \pm 13 - 3$$

$$y_1 = -13 - 3 = -16$$

$$y_{1,2} = +13 - 3 = 10$$

$$A(0, 10) \quad (-13, 0)$$

נקודה B

$$x^2 + (y+3)^2 = 169$$

$$y = -8$$

$$x^2 + (-8+3)^2 = 169$$

$$x^2 = 169 - 25$$

$$x = \pm\sqrt{144}$$

$$x_{1,2} = \pm 12$$

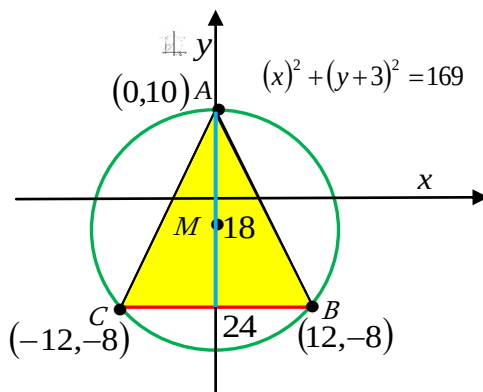
$$x_1 = +12$$

$$x_2 = -12$$

$$B(12, -8) \quad C(-12, -8)$$

תשובה: $A(0, 10) \quad B(12, -8)$

(ב) חשב את אורך הקטע BC.



מרחק BC

$$C(-12, -8) \quad B(12, -8)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (12 + 12)^2 + (-8 + 8)^2$$

$$d = 24$$

תשובה: $d_{BC} = 24$

(ג) חשב את שטח המשולש ABC.

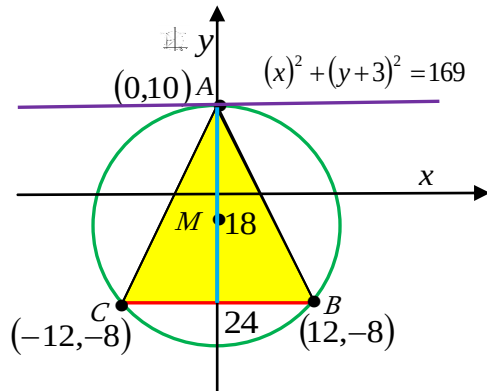
$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{24 \cdot 18}{2}$$

$$S_{ABC} = 216$$

תשובה: $S_{ABC} = 216$

(ד) מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

משיק לנקודה A משמעות השיפוע $m = 0$ משוואת משיק ל - A

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(0,10) \quad m = 0$$

$$y - 10 = 0(x - 0)$$

$$y = 10$$

תשובה: $y = 10$ תשובה סופית:

$$d_{BC} = 24 \quad (\text{ב}) \quad B(12, -8) \quad A(0, 10) \quad (\text{א})$$

$$y = 10 \quad (\text{ד}) \quad S_{ABC} = 216 \quad (\text{ג})$$

שאלה מספר 38: מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר תש"ע 2010

מנקודה F הנמצאת מחוץ למעגל יוצאים שני משיקים למעגל שמרכזו M.

משוואת המשיק בנקודה A(0,7) היא: $y = \frac{1}{3}x + 7$

ומשוואת המשיק בנקודה B(8,-1) היא: $y = 3x - 25$ (ראה ציור)

(א) מצא את שיעורי נקודה F.

(ב) מצא את השיפוע של MA ואת השיפוע של MB.

(2) מצא את שיעורי הנקודה M.

(ג) חשב את שטח המשולש AMF.

(2) חשב את שטח הדלתון AMBF.

פתרון:

(א) מצא את שיעורי נקודה F.

נקודה F

$$\begin{aligned} y_{BF} &= y_{AF} \\ 3x - 25 &= \frac{1}{3}x + 7 \\ 3x - \frac{1}{3}x &= 25 + 7 \\ 2\frac{2}{3}x &= 32 \\ x &= 12 \\ y &= 3x - 25 \\ x &= 12 \\ y &= 3(12) - 25 \\ y &= 11 \\ F &= (12, 11) \end{aligned}$$

תשובה: F(12,11)

(ב) מצא את השיפוע של MA ואת השיפוע של MB.

שיפוע MA

$$\begin{aligned} m_{FA} &= \frac{1}{3} \quad m_{AM} = -3 \\ \text{שיפוע הופכי נגדי} \end{aligned}$$

שיפוע MB

$$\begin{aligned} m_{FB} &= 3 \quad m_{BM} = -\frac{1}{3} \\ \text{שיפוע הופכי נגדי} \end{aligned}$$

תשובה: $m_B = -\frac{1}{3} \quad m_A = -3$

(2) מצא את שיעורי הנקודה M.

משוואת MA

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ (0, 7) \quad m &= -3 \\ y - 7 &= -3(x - 0) \\ y &= -3x + 7 \end{aligned}$$

משוואת MB

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ (8, -1) \quad m &= -\frac{1}{3} \\ y + 1 &= -\frac{1}{3}(x - 8) \\ y &= -\frac{1}{3}x + 2\frac{2}{3} - 1 \\ y &= -\frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3} \end{aligned}$$

נקודה M

$$\begin{aligned} y_{MA} &= y_{MB} \\ -3x + 7 &= -\frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3} \\ -3x + \frac{1}{3}x &= -7 + 1\frac{2}{3} \\ -2\frac{2}{3}x &= -5\frac{1}{3} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$y = -3x + 7$$

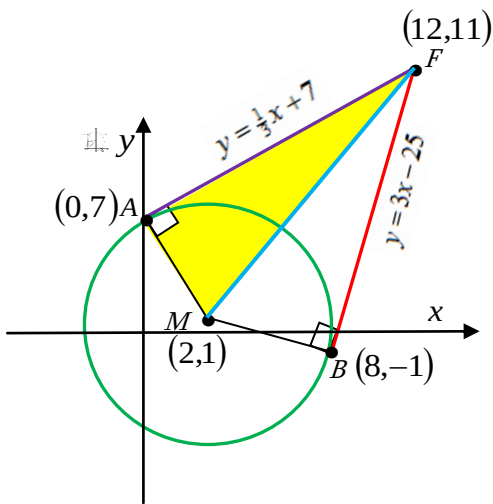
$$x = 2$$

$$y = -3(2) + 7$$

$$y = 1$$

$$M(2, 1)$$

תשובה: M(2,1)

(1ג) חשב את שטח המשולש AMF.**מרחק AF**

$$A(0,7) \quad F(12,11)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (12 - 0)^2 + (11 - 7)^2$$

$$d = \sqrt{160}$$

מרחק AM

$$A(0,7) \quad M(2,1)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (2 - 0)^2 + (1 - 7)^2$$

$$d = \sqrt{40}$$

שטח המשולש AMF

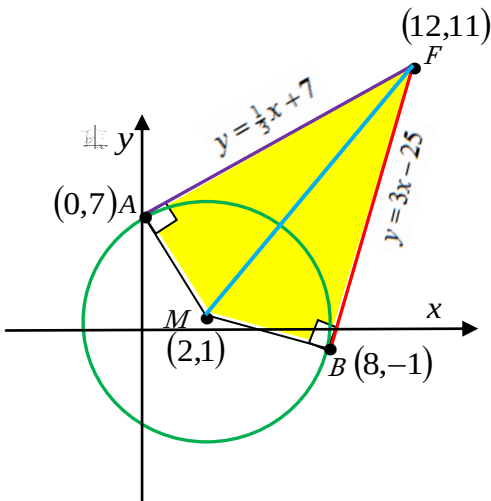
$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{AMF} = \frac{\sqrt{160} \cdot \sqrt{40}}{2}$$

$$S_{AMF} = 40$$

תשובה: $S_{AMF} = 40$ **(2ג) חשב את שטח הדלתון AMBF.**

הדלתון מורכב משני המשולשים לכן שטח הדלתון הוא:

**שטח הדלתון AMBF**

$$S_{AMBF} = S_{AMF} + S_{BMF}$$

$$S_{AMBF} = 40 + 40 = 80$$

תשובה: $S_{AMBF} = 80$ **תשובה סופית:**

$$M(2,1) \quad (2\text{ב}) \quad m_B = -\frac{1}{3} \quad m_A = -3 \quad (1\text{ב}) \quad F(12,11) \quad (א)$$

$$S_{AMBF} = 80 \quad (2\text{ג}) \quad S_{AMF} = 40 \quad (1\text{ג})$$

שאלה מספר 39: מבחן בגרות 35803 מועד חצב/ ברק תשע"א 2011 .

הישר $y = \frac{4}{3}x + 8$ חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B . הקטע AB הוא קוטר המעגל.

(א). (1) מצא את שיעורי הנקודות A ו- B ואת שיעורי הנקודה של מרכז המעגל.

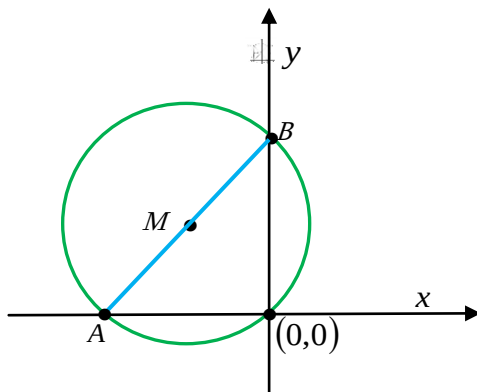
(2) מצא את משוואת המעגל.

(ב). הראה שהמעגל עובר דרך ראשית הצירים.

(ג). מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בראשית הצירים.

פתרון:

(1א) מצא את שיעורי מרכז המעגל



נקודה A	נקודה B
$y = \frac{4}{3}x + 8$	$y = \frac{4}{3}x + 8$
$y = 0$	$x = 0$
$0 = \frac{4}{3}x + 8$	$y = \frac{4}{3}(0) + 8$
$\frac{4}{3}x = -8$	$y = 8$
$A(-6,0)$	$B(0,8)$

נקודה M

A	M	C
$(-6,0)$	(x_M, y_M)	$(0,8)$
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$	$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$	
$x_M = \frac{-6 + 0}{2}$	$y_M = \frac{0 + 8}{2}$	
$x_M = -3$	$y_M = 4$	
$M(-3,4)$		

תשובה: $M(-3,4)$ $B(0,8)$ $A(-6,0)$

משוואת המעגל

$$M(-3,4) \quad R^2 = 25$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(-3,4)$$

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = R^2$$

$$B(0,8)$$

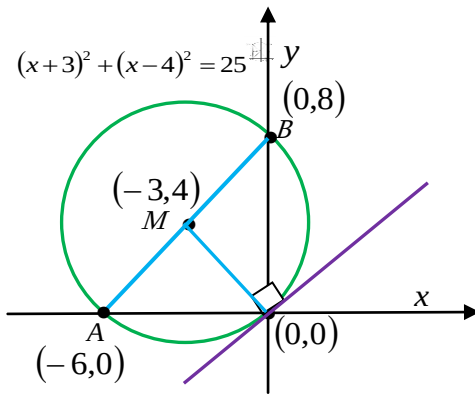
$$(0+3)^2 + (8-4)^2 = R^2$$

$$R^2 = 25$$

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

(2א) מצא את משוואת המעגל.

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25 \quad \text{תשובה:}$$



(ב) הראה שהמעגל עובר דרך ראשית הצירים.

משוואת המעגל

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$$

$$(0,0)$$

$$(0+3)^2 + (0-4)^2 = 25$$

$$25 = 25$$

תשובה: הוכחה $25 = 25$

(ג) מצא את משוואת הישר המשיק למעגל בראשית הצירים.

שיפוע MO

$$M(-3,4) \quad O(0,0)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{MA} = \frac{(0) - (4)}{(0) - (-3)} = \frac{-4}{3}$$

$$m_{MA} = -\frac{4}{3}$$

שיפוע משיק

$$m_{MA} = -\frac{4}{3} \quad m_{\text{משיק}} = \frac{3}{4}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת משיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(0,0) \quad m = \frac{3}{4}$$

$$y - 0 = \frac{3}{4}(x - 0)$$

$$y = \frac{3}{4}x$$

תשובה: $y = \frac{3}{4}x$ תשובות:

$$(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25 \quad (2א) \quad M(-3,4) \quad B(0,8) \quad A(-6,0) \quad (1א)$$

$$y = \frac{3}{4}x \quad (ג) \quad 25 = 25 \quad \text{הוכחה} \quad (ב)$$

שאלה מספר 40: מבחן בגרות 35003 מועד פברואר תשע"ב 2012.

בציור שלפניך מתואר ריבוע ABCD שבו הצלעות AB ו- DC מקבילות לציר ה- x, הצלע BC מונחת על ציר ה- y, והצלע AD מקבילה לציר ה- y. האורך של צלע הריבוע הוא 6, ושיעור ה- y של הנקודה A הוא -2.

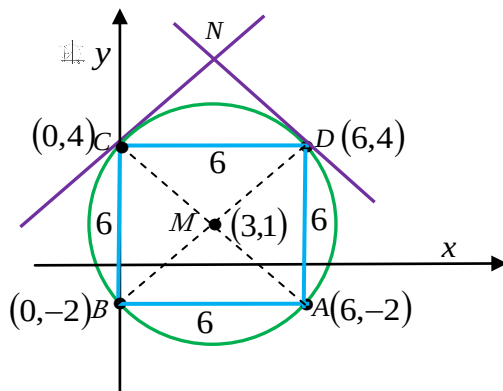
(א) מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, D.
 (2) הנקודה M היא נקודת המפגש של אלכסוני הריבוע, מצא את שיעורי הנקודה M.
 (ב) מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.
 (ג) הישר NC משיק למעגל בנקודה C, מצא את משוואת הישר NC.
 (2) הישר ND משיק למעגל בנקודה D, מצא את משוואת הישר ND.
 (ד) מצא את שטח המשולש CND.

פתרון:

(1א) מצא את שיעורי הנקודות A, B, C, D.

אורך צלע הריבוע הוא 6 והצלעות מקבילות לצירים
 לכן $x_A = x_B = 6$ ואילו נתון $y_A = y_B = -2$
תשובה: הנקודות הם: $A(6, -2)$ $B(0, -2)$ $D(6, 4)$ $C(0, 4)$

(2א) הנקודה M היא נקודת המפגש של אלכסוני הריבוע, מצא את שיעורי הנקודה M.



נקודה M	
A	C
$(6, -2)$	$(0, 4)$
x_1, y_1	x_2, y_2
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$	$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$x_M = \frac{(0) + (6)}{2}$	$y_M = \frac{(4) + (-2)}{2}$
$x_M = 3$	$y_M = 1$
M(3, 1)	

תשובה: M(3, 1)

משוואת המעגל

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

M(3, 1)

$$(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = R^2$$

C(0, 4)

$$(0 - 3)^2 + (4 - 1)^2 = R^2$$

$$R^2 = 18$$

$$(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 18$$

(ב) מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.

תשובה: $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 18$

(1ג) הישר NC משיק למעגל בנקודה C, מצא את משוואת הישר NC.

שיפוע MC
 $M(3,1) \quad C(0,4)$
 $(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{MC} = \frac{4-1}{0-3} = -\frac{3}{3}$$

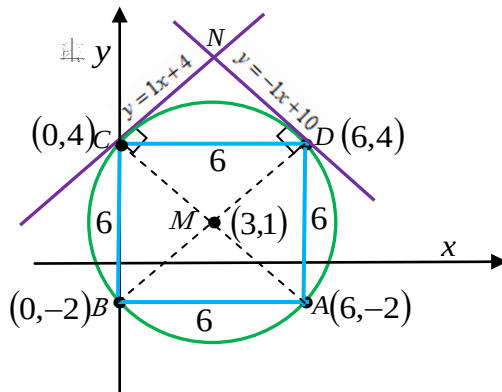
$$m_{MC} = -1$$

שיפוע משיק NC
 $m_{MC} = -1 \quad m_{\text{משיק}} = 1$
 שיפוע הופכי נגדי

משוואת משיק NC
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(0,4) \quad m = 1$
 $y - 4 = 1(x - 0)$
 $y = 1x + 4$

תשובה: $y_{NC} = 1x + 4$

(2ג) הישר ND משיק למעגל בנקודה D, מצא את משוואת הישר ND.



שיפוע MD
 $M(3,1) \quad D(6,4)$
 $(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{MD} = \frac{4-1}{6-3} = \frac{3}{3}$$

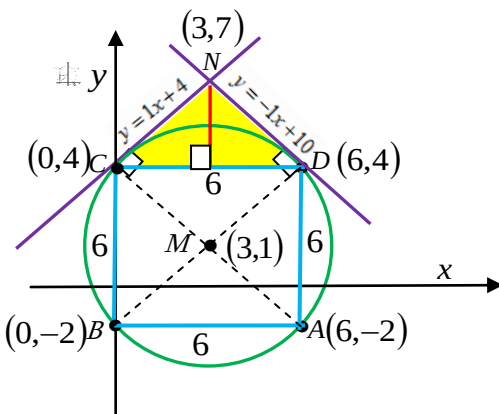
$$m_{MD} = 1$$

שיפוע משיק ND
 $m_{MD} = 1 \quad m_{\text{משיק}} = -1$
 שיפוע הופכי נגדי

משוואת משיק ND
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
 $(6,4) \quad m = -1$
 $y - 4 = -1(x - 6)$
 $y = -1x + 6 + 4$
 $y = -1x + 10$

תשובה: $y_{ND} = -1x + 10$

(ד) מצא את שטח המשולש CND.

נקודה N

$$y_{ND} = y_{NC}$$

$$-1x + 10 = 1x + 4 \quad y = 1x + 4$$

$$-1x - 1x = +4 - 10 \quad x = 3$$

$$-2x = -6 \quad y = 1(3) + 4$$

$$x = 3 \quad y = 7$$

$$N(3,7)$$

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{CND} = \frac{6 \cdot 3}{2}$$

$$S_{CND} = 9$$

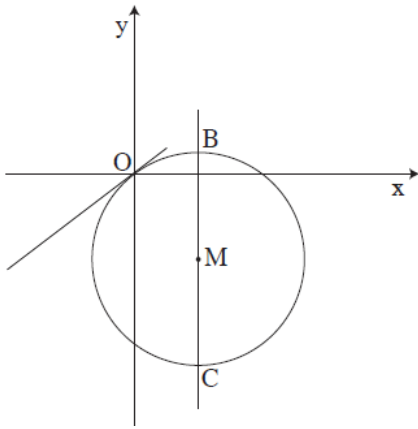
תשובה: $S_{CND} = 9$

תשובה סופית:

$M(3,1) \quad (2א) \quad D(6,4), C(0,4), B(0,-2) \quad A(6,-2) \quad (1א)$

$S_{CND} = 9 \quad (ד) \quad y_{ND} = -1x + 10 \quad (2ג) \quad y_{NC} = 1x + 4 \quad (1ג) \quad (x-3)^2 + (y-1)^2 = 18 \quad (ב)$

שאלה מספר 41: מבחן בגרות 35803 מועד גנוז קיץ תשע"א 2011



נתון מעגל שמרכזו M נמצא על הישר $x=3$.
הישר $y = \frac{3}{4}x$ משיק למעגל בראשית הצירים (ראה ציור).

- א. (1) מצא את השיפוע של MO.
- (2) מצא את המשוואה של MO.
- (3) מצא את השיעורים של הנקודה M.
- ב. מצא את משוואת המעגל.
- ג. הישר $x = 3$ חותך את המעגל בשתי נקודות B ו-C (ראה ציור).
- (1) מצא את האורך של הקטע BC.
- (2) מצא את שטח המשולש OBC.

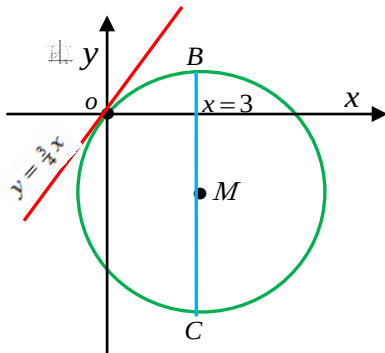
פתרון:

(א1) מצא את השיפוע של MO.

שיפוע משיק MO

$$m_{\text{משיק}} = \frac{3}{4} \quad m_{MO} = -\frac{4}{3}$$

שיפוע הופכי נגדי



תשובה: $m_{MO} = -1\frac{1}{3}$

(א2) מצא את המשוואה של MO.

משוואת MO

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(0,0) \quad m = -\frac{4}{3}$$

$$y - 0 = -\frac{4}{3}(x - 0)$$

$$y = -\frac{4}{3}x$$

תשובה: $y = -1\frac{1}{3}x$

(א3) מצא את השיעורים של הנקודה M.

נקודה M

$$y = -\frac{4}{3}x$$

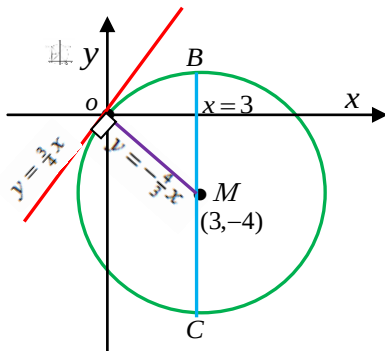
$$x = 3$$

$$y = -\frac{4}{3}(3)$$

$$y = -4$$

$$M(3, -4)$$

תשובה: $M(3, -4)$



$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$$

פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ – יוסי דהן"

בכתובת : <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

(ב.) מצא את משוואת המעגל.**משוואת המעגל**

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(3, -4)$$

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = R^2$$

$$O(0,0)$$

$$(0-3)^2 + (0+4)^2 = R^2$$

$$R^2 = 25$$

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$$

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25 \quad \text{תשובה:}$$

(ג.) הישר $x=3$ חותך את המעגל בשתי נקודות B ו-C (ראה ציור). מצא את האורך של הקטע BC.**נקודות BC**

$$(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$$

$$x=3$$

$$(3-3)^2 + (y+4)^2 = 25$$

$$(y+4)^2 = 25$$

$$y+4 = \pm\sqrt{25}$$

$$y_{1,2} = \pm 5 - 4$$

$$y_{1,2} = -5 - 4 = -9$$

$$y_{1,2} = +5 - 4 = 1$$

$$B(3,1) \quad C(3,-9)$$

מרחק BC

$$B(3,1) \quad C(3,-9)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d^2 = (3-3)^2 + (-9-1)^2$$

$$d_{BC} = 10$$

$$d_{BC} = 10 \quad \text{תשובה:}$$

(ג2) מצא את שטח המשולש OBC.

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S_{OBC} = \frac{10 \cdot 3}{2}$$

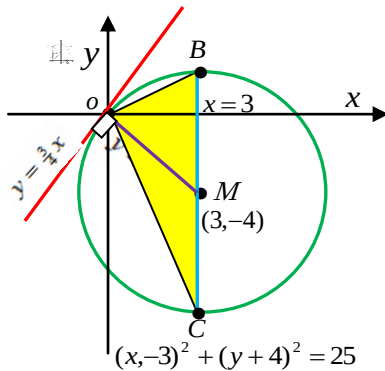
$$S_{OBC} = 15$$

$$S_{OBC} = 15 \quad \text{תשובה:}$$

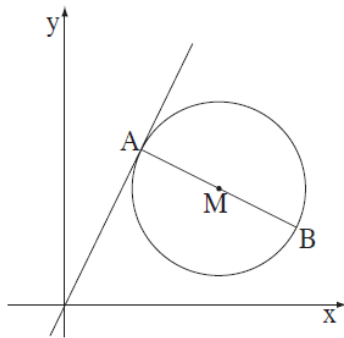
תשובה סופית :

$$(1\text{א}) \quad m_{MO} = -1\frac{1}{3} \quad (2\text{א}) \quad y = -1\frac{1}{3}x \quad (3\text{א}) \quad M(3, -4)$$

$$(1\text{ב}) \quad (x-3)^2 + (y+4)^2 = 25 \quad (2\text{ב}) \quad d_{BC} = 10 \quad (3\text{ב}) \quad S_{OBC} = 15$$



שאלה מספר 42: מבחן בגרות 35803 מועד א' קיץ תש"ע 2010.



הנקודה $M(4,3)$ היא אמצע הקטע AB (ראה ציור)

שיעור ה- x של הנקודה B הוא 6.

(א.) (1) מצא את שיעור ה- x של הנקודה A .

(2) הנקודה A נמצאת על הישר שמשוואתו $y = 2x$

מצא את שיעור ה- y של A .

(3) מצא את שיעור ה- y של B .

ב. דרך הנקודות A ו- B שמוצאת את שיעוריהן, עובר מעגל.

הקטע AB הוא קוטר במעגל זה (ראה ציור).

מצא את משוואת המעגל.

ג. הראה כי הישר שמשוואתו $y = 2x$ חותך את המעגל רק

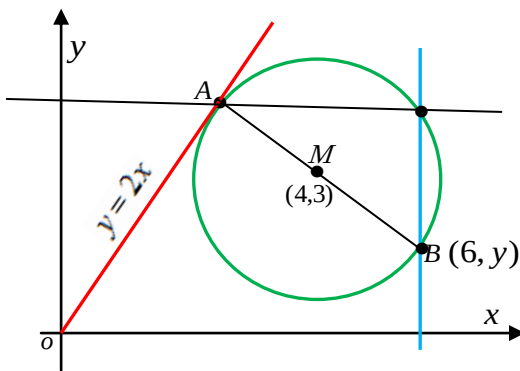
בנקודה אחת (כלומר הישר משיק למעגל)

ד. הישר $x = 6$ חותך את המעגל בנקודה B ובנקודה נוספת C מצא את משוואת הישר AC .

פתרון:

הנקודה $M(4,3)$ היא אמצע הקטע AB (ראה ציור) שיעור ה- x של הנקודה B הוא 6.

(1א) מצא את שיעור ה- x של הנקודה A .



נקודה A

$$\begin{array}{ccc} A & M & B \\ & (4,3) & (6,y) \\ x_1, y_1 & x_M, y_M & x_2, y_2 \end{array}$$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$4 = \frac{x_1 + 6}{2}$$

$$8 = x_1 + 6$$

$$x_1 = 2 \quad A(2,y)$$

תשובה: $A(2,y)$

(2א) הנקודה A נמצאת על הישר שמשוואתו $y = 2x$ מצא את שיעור ה- y של A .

נקודה A

$$y = 2x$$

$$x = 2$$

$$y = 2(2) = 4$$

$$A(2,4)$$

תשובה: $A(2,4)$

(3) מצא את שיעור ה- y של B .

$$\begin{array}{ccc} A & \text{נקודה B} & B \\ (2,4) & (4,3) & (6,y) \end{array}$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$3 = \frac{4 + y_2}{2}$$

$$6 = 4 + y_2$$

$$y_2 = 2$$

$$B(6,2)$$

תשובה: $B(6,2)$

ב. דרך הנקודות A ו-B שמצאת את שיעוריהן עובר מעגל. הקטע AB הוא קוטר במעגל זה (ראה ציור). מצא את משוואת המעגל.

משוואת המעגל

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$M(4,3)$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = R^2$$

$$B(2,4)$$

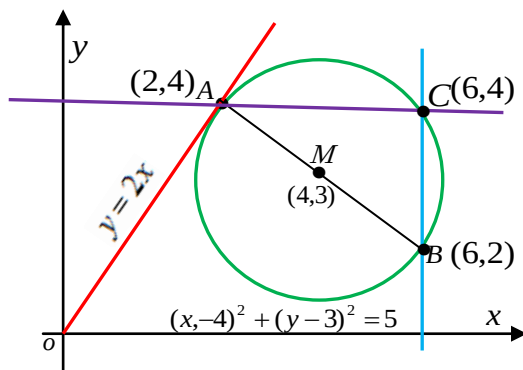
$$(2-4)^2 + (4-3)^2 = R^2$$

$$R^2 = 5$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5 \quad \text{תשובה:}$$

ג. הראה כי הישר שמשוואתו $y = 2x$ חותך את המעגל רק בנקודה אחת (כלומר הישר משיק למעגל)



חותך את המעגל בנקודה אחת

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5$$

$$y = 2x$$

$$(x-4)^2 + (2x-3)^2 = 5$$

$$(x^2 - 8x + 16)^2 + (4x^2 - 12x + 9) = 5$$

$$5x^2 - 20x + 20 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-20) \pm \sqrt{400 - 4 \cdot 5 \cdot 20}}{2 \cdot 5}$$

$$x = \frac{20 \pm 0}{10}$$

$$x = 2$$

תשובה: הוכחה

ד. הישר $x = 6$ חותך את המעגל בנקודה B ובנקודה נוספת C מצא את משוואת הישר AC.

נקודה C

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5$$

$$x = 6$$

$$(6-4)^2 + (y-3)^2 = 5$$

$$4 + (y-3)^2 = 5$$

$$y-3 = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

$$y = \pm 1 + 3$$

$$y = -1 + 3 = 2$$

$$y = +1 + 3 = 4$$

$$y_1 = 4 \quad y_2 = 2$$

$$C(6,4)$$

משוואת AC

$$A(2,4) \quad C(6,4)$$

$$y = 4$$

$$C(6,4) \quad y_{AC} = 4 \quad \text{תשובה:}$$

תשובה סופית:

$$(א) A(2,4) \quad B(6,2) \quad (ב) (x-4)^2 + (y-3)^2 = 5 \quad (ג) \text{ הוכחה } \quad (ד) C(6,4) \quad y_{AC} = 4$$

שאלה מספר 43: מבחן בגרות 35803 מועד חצב/ברק תשע"ב 2012

בציור שלפניך נתון מעגל שמרכזו M. דרך הנקודה $A(-6, -3)$

שעל המעגל העבירו משיק למעגל, שמשוואתו $y = 2x + 9$

(א) מצא את משוואת הישר AM.

(ב) נתון כי ערך ה-x של הנקודה M שווה לערך ה-y שלה.

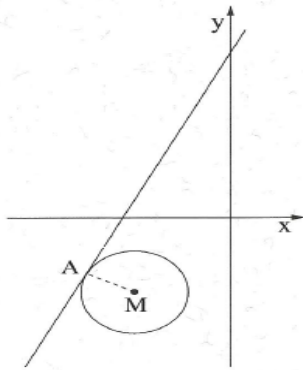
מצא את שיערי הנקודה M.

(ג) 1. מצא את רדיוס המעגל.

2. מצא את משוואת המעגל.

פתרון

(א) מצא את משוואת הישר AM.

**משוואת MA**

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$A(-6, -3) \quad m = -\frac{1}{2}$$

$$y + 3 = -\frac{1}{2}(x + 6)$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 3 - 3$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 6$$

שיפוע הרדיוס MA

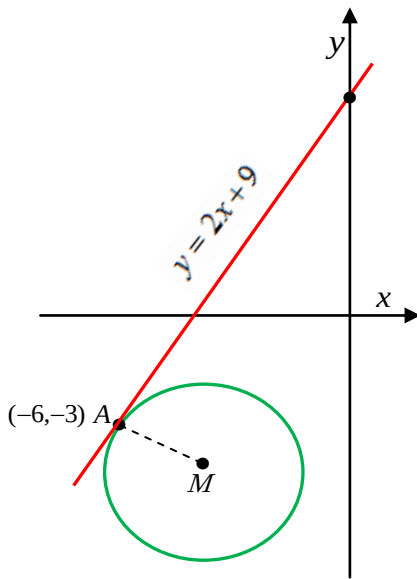
$$m_{\text{משיק}} = 2 \quad m_{MA} = -\frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

תשובה: $y_{AM} = -\frac{1}{2}x - 6$

(ב) נתון כי ערך ה-x של הנקודה M שווה לערך ה-y שלה.

מצא את שיערי הנקודה M.

**נקודה M**

$$y = -\frac{1}{2}x - 6$$

$$y = x$$

$$x = -\frac{1}{2}x - 6$$

$$1\frac{1}{2}x = -6$$

$$x = -4$$

$$M(-4, -4)$$

תשובה: $M(-4, -4)$

(ג2) מצא את משוואת המעגל.

משוואת המעגל

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$M(-4, -4) \quad R^2 = 5$$

$$(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 5$$

תשובה: $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 5$

(ג1) מצא את רדיוס המעגל.

משוואת המעגל

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$$

$$M(-4, -4)$$

$$(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = R^2$$

$$A(-6, -3)$$

$$(-6 + 4)^2 + (-3 + 4)^2 = R^2$$

$$R^2 = 5$$

$$R = \sqrt{5}$$

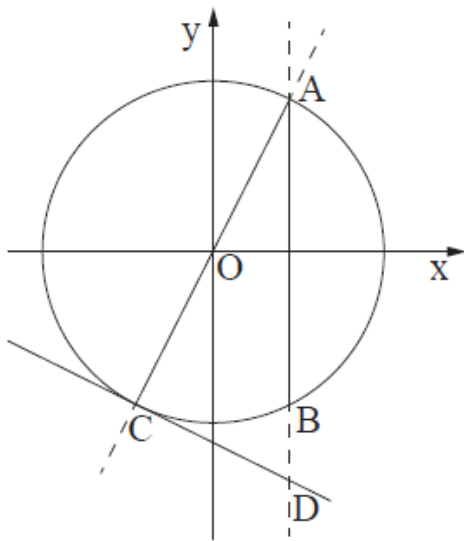
תשובה: $R^2 = 5 \quad R = \sqrt{5}$

תשובה סופית:

(א) $y_{AM} = -\frac{1}{2}x - 6$ **(ב)** $M(-4, -4)$ **(ג1)** $R^2 = 5 \quad R = \sqrt{5}$

(ג2) $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 5$

שאלה מספר 44: מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשע"ג 2013.



בציור שלפניך נתון המעגל $x^2 + y^2 = 125$ (O - ראשית הצירים)
 A ו-B הן נקודות החיתוך של המעגל עם הישר $x = 5$
 AC הוא קוטר במעגל.

- (א). מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
 (ב). מצא את משוואת הישר שעליו מונח קוטר המעגל, AC.
 (ג). מעבירים משיק למעגל בנקודה C.
 מצא את משוואת המשיק.
 (ד). ההמשך של הקטע AB חותך את המשיק בנקודה D.
 מצא את שיעורי הנקודה D.

פתרון:

(א). מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

נקודות A ו-B

$$x^2 + y^2 = 125$$

$$x = 5$$

$$(5)^2 + y^2 = 125$$

$$25 + y^2 = 125$$

$$y^2 = 125 - 25$$

$$y^2 = 100$$

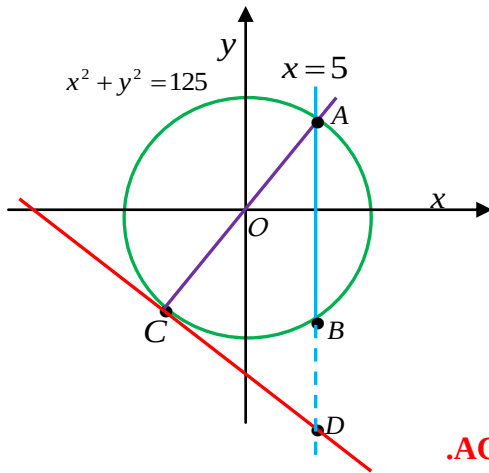
$$y = \pm\sqrt{100}$$

$$y_1 = 10 \quad y_2 = -10$$

$$A(5,10) \quad B(5,-10)$$

תשובה: $A(5,10) \quad B(5,-10)$

(ב). מצא את משוואת הישר שעליו מונח קוטר המעגל, AC.



שיפוע AC

$$O(0,0) \quad A(5,10)$$

$$(x_1, y_1) \quad (x_2, y_2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{AC} = \frac{(10) - (0)}{(5) - (0)} = \frac{10}{5} = 2$$

$$m_{AC} = 2$$

משוואת AC

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$O(0,0) \quad m = 2$$

$$y - 0 = 2(x - 0)$$

$$y_{AC} = 2x$$

תשובה: $y_{AC} = 2x$

(ג). מעבירים משיק למעגל בנקודה C. מצא את משוואת המשיק.

נקודה C

A	O	C
(5,10)	(0,0)	(x ₂ , y ₂)
x ₁ , y ₁	x _M , y _M	
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$		$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$
$0 = \frac{5 + x_2}{2}$		$0 = \frac{10 + y_2}{2}$
$0 = 5 + x_2$		$0 = 10 + y_2$
$x_2 = -5$		$y_2 = -10$
$C(-5, -10)$		

שיפוע משיק CD

$$m_{ac} = 2 \quad m_{\text{משיק}} = -\frac{1}{2}$$

שיפוע הופכי נגדי

משוואת משיק CD

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(-5, -10) \quad m = -\frac{1}{2}$$

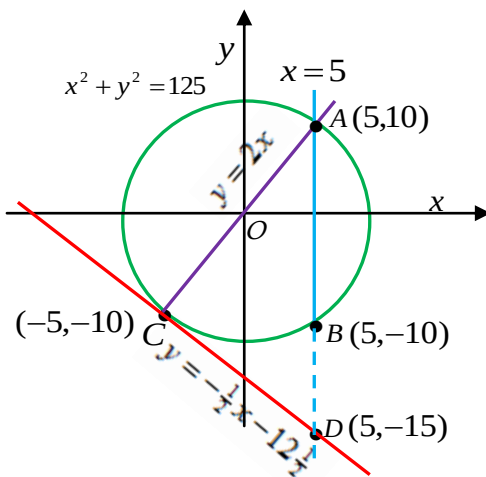
$$y + 10 = -\frac{1}{2}(x + 5)$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 2\frac{1}{2} - 10$$

$$y_{CD} = -\frac{1}{2}x - 12\frac{1}{2}$$

תשובה: $y_{CD} = -\frac{1}{2}x - 12\frac{1}{2}$

(ד). ההמשך של הקטע AB חותך את המשיק בנקודה D. מצא את שיעורי הנקודה D.



נקודה D

$$y = -\frac{1}{2}x - 12\frac{1}{2}$$

$$x = 5$$

$$y = -\frac{1}{2}(5) - 12\frac{1}{2}$$

$$y = -15$$

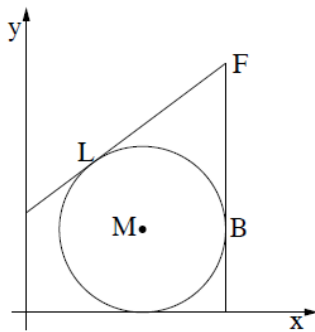
$$D(5, -15)$$

תשובה: $D(5, -15)$

תשובה סופית :

(א) $A(5, 10)$ (ב) $y_{AC} = 2x$ (ג) $y_{CD} = -\frac{1}{2}x - 12\frac{1}{2}$ (ד) $D(5, -15)$

שאלה מספר 45: מבחן בגרות 35803 מועד ב קיץ תשע"ג 2013.



נתון מעגל שמשוואתו היא : $(x-7)^2 + (y-5)^2 = 25$ ומרכזו M.
העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה L שבה $x = 4$ כמתואר בציור.

(א) מצא את השיפוע ML.

(שיעור ה- y של L גדול מ-1)

(2) מצא את המשוואה של המשיק בנקודה L.

הישר $x = 12$ משיק למעגל בנקודה B.

שני המשיקים נפגשים בנקודה F כמתואר בציור.

(ב) (1) מצא את השיעורים של הנקודה F.

(2) מצא את שטח המשולש FMB.

פתרון:

(1א) מצא את השיפוע ML. (שיעור ה- y של L גדול מ-1)

נקודה L

$$(x-7)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$x = 4$$

$$(4-7)^2 + (y-5)^2 = 25$$

$$9 + (y-5)^2 = 25$$

$$(y-5)^2 = 25 - 9$$

$$y-5 = \pm\sqrt{16}$$

$$y = \pm 4 + 5$$

$$y = -4 + 5 \quad y = +4 + 5$$

$$y_1 = 1 \quad y_2 = 9$$

$$L(4,9)$$

שיפוע המשיק

$$m_{ML} = -\frac{4}{3} \quad m_{LF} = \frac{3}{4}$$

הופכי נגדי

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(4,9) \quad m = \frac{3}{4}$$

$$y - 9 = \frac{3}{4}(x - 4)$$

$$y = \frac{3}{4}x - 3 + 9$$

$$y = \frac{3}{4}x + 6$$

$$y = \frac{3}{4}x + 6 \quad \text{תשובה:}$$

נקודה F

$$y = \frac{3}{4}x + 6$$

$$x = 12$$

$$y = \frac{3}{4}(12) + 6$$

$$y = 15$$

$$F(12,15)$$

(1ב) מצא את השיעורים של הנקודה F.

$$F(12,15) \quad \text{תשובה:}$$

שטח המשולש FMB

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{10 \cdot 5}{2}$$

$$S_{FMB} = 25$$

(2ב) מצא את שטח המשולש FMB.

$$15 - 5 = 10 \quad \text{צלע FB}$$

$$5 \quad \text{צלע MB}$$

$$S_{FMB} = 25 \quad \text{תשובה:}$$

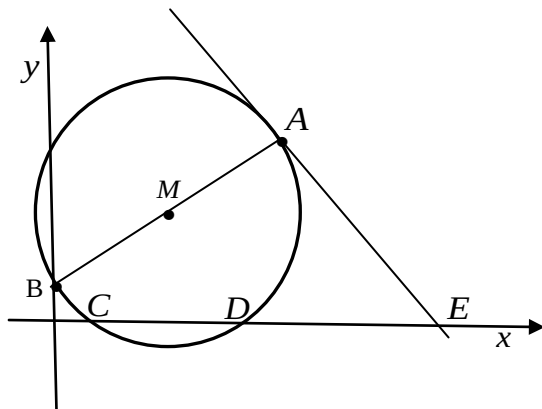
תשובה סופית :

$$S_{FMB} = 25 \quad (2ב) \quad F(12,15) \quad (1ב) \quad y = \frac{3}{4}x + 6 \quad (2א) \quad m_{ML} = -\frac{4}{3} \quad (1א)$$

פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ - יוסי דהן"

בכתובת : <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

שאלה מספר 46: מבחן בגרות 35803 מועד נובמבר תשע"ג 2013.



AB הוא קוטר המעגל שמרכזו M
 משוואת המעגל היא : $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 50$
 C ו-D הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x.
 הנקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-y. כמתואר בציור.
 (א) מצא את שיעורי הנקודות B, C ו-D.
 (ב) דרך הנקודה A מעבירים משיק למעגל.
 המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה E.
 (1) מצא את שיעורי הנקודה A.
 (2) מצא את משוואת המשיק.
 (3) חשב את שטח המשולש CAE.

פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודות B, C ו-D.

נקודה B

$$(x-5)^2 + (y-7)^2 = 50$$

$$x = 0$$

$$(0-5)^2 + (y-7)^2 = 50$$

$$25 + (y-7)^2 = 50$$

$$(y-7)^2 = 50 - 25$$

$$y-7 = \pm\sqrt{25}$$

$$y = \pm 5 + 7$$

$$y = -5 + 7 \quad y = +5 + 7$$

$$y_1 = 2 \quad y_2 = 12$$

B (0,2)

נקודות C ו-D

$$(x-5)^2 + (y-7)^2 = 50$$

$$y = 0$$

$$(x-5)^2 + (0-7)^2 = 50$$

$$(x-5)^2 + 49 = 50$$

$$(x-5)^2 = 50 - 49$$

$$x-5 = \pm\sqrt{1}$$

$$x = \pm 1 + 5$$

$$x = -1 + 5 \quad y = +1 + 5$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = 6$$

C (4,0) D(6,0)

תשובה: B(0,2) C(4,0) D(6,0)

(ב) מצא את שיעורי הנקודה A.

B(0,2) M(5,7) A(x₂, y₂)

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$5 = \frac{(0) + x_2}{2} \quad 7 = \frac{(2) + y_2}{2}$$

$$10 = 0 + x_2 \quad 14 = 2 + y_2$$

$$x_2 = 10 \quad y_2 = 12$$

A(10,12)

תשובה: A(10,12)

(ב2) מצא את משוואת המשיק .

שיפוע הישר AM.

שיפוע AM

$$A(10,12) \quad M(5,7)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(7) - (12)}{(5) - (10)} = \frac{-5}{-5} = 1$$

$$m_{AM} = 1$$

משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

שיפוע המשיק

$$m_{AM} = 1 \quad m_{\text{משיק}} = -1$$

הופכי נגדי

משוואת המשיק

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(10,12) \quad m = -1$$

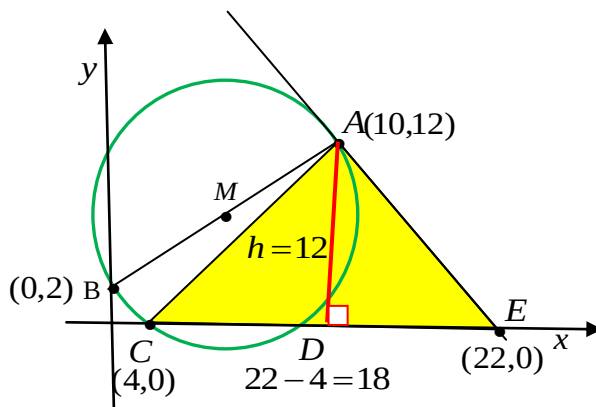
$$y - 12 = -1(x - 10)$$

$$y = -1x + 10 + 12$$

$$y_{\text{משיק}} = -1x + 22$$

תשובה: $y_{\text{משיק}} = -1x + 22$

(ב3) חשב את שטח המשולש CAE.



נקודה E

$$y = -1x + 22$$

$$y = 0$$

$$0 = -1x + 22$$

$$1x = 22$$

$$x = 22$$

$$E(22,0)$$

שטח המשולש ABC

$$S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{18 \cdot 12}{2}$$

$$S_{ACE} = 108$$

צלע CE 18

צלע AD 12

תשובה: $S_{ACE} = 108$

: תשובה סופית

(א) $B(0,2) \quad C(4,0) \quad D(6,0) \quad A(10,12) \quad (ב2) \quad y_{\text{משיק}} = -1x + 22 \quad (ב3) \quad S_{ACE} = 108$