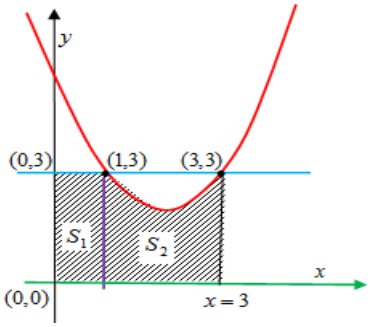
שני שטחים

1. צבע כל פונקציה בצבע אחר ורשום את הפונקציה המתאימה
2. מלא את הטבלה

שאלה מספר 1. $f(x)=x^2-4x+6$ $y=3$

S_1	x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=3$	x קטן/שמאל
	$x=1$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=0$

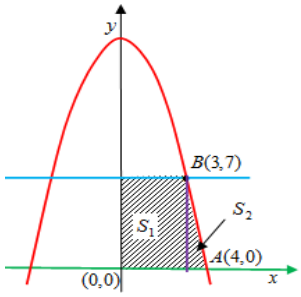
S_2	x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=x^2-4x+6$	x קטן/שמאל
	$x=3$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=1$



שאלה מספר 2. $f(x)=-x^2+16$ $y=7$

S_1	x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=7$	x קטן/שמאל
	$x=3$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=0$

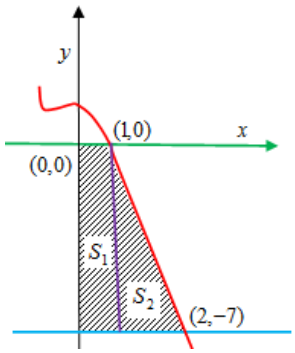
S_2	x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=-x^2+16$	x קטן/שמאל
	$x=4$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=3$



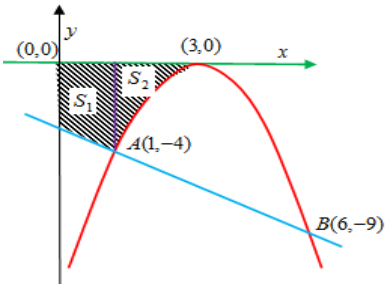
שאלה מספר 3. $f(x)=-x^3+1$ $y=-7$

S_1	x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=0$	x קטן/שמאל
	$x=1$	פונקציה תחתונה $y=-7$	$x=0$

S_2	x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=-x^3+1$	x קטן/שמאל
	$x=2$	פונקציה תחתונה $y=-7$	$x=1$



שאלה מספר 4. $f(x)=-x^2+6x-9$ $y=-x-3$



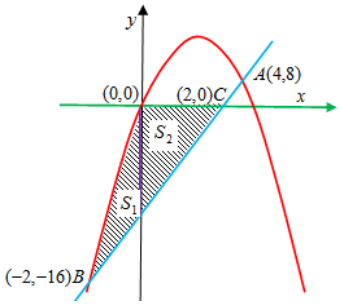
S_1

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=0$	x קטן/שמאל
$x=1$	פונקציה תחתונה $y=-x-3$	$x=0$

S_2

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=0$	x קטן/שמאל
$x=3$	פונקציה תחתונה $f(x)=-x^2+6x-9$	$x=1$

שאלה מספר 5. $f(x)=-x^2+6x$ $y=4x-8$



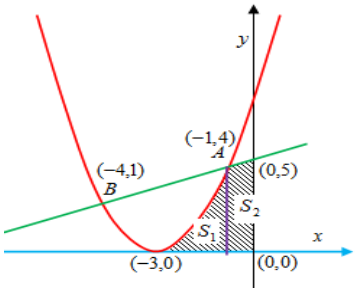
S_1

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=-x^2+6x$	x קטן/שמאל
$x=0$	פונקציה תחתונה	$x=-2$

S_2

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=0$	x קטן/שמאל
$x=4$	פונקציה תחתונה $y=4x-8$	$x=0$

שאלה מספר 6. $f(x)=(x+3)^2$ $y=x+5$



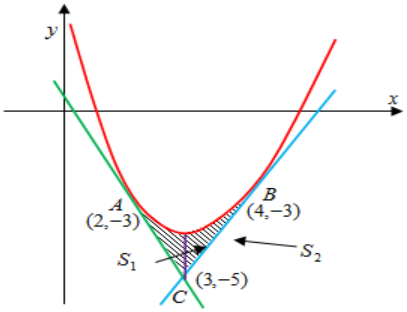
S_1

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=(x+3)^2$	x קטן/שמאל
$x=-1$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=-3$

S_2

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=x+5$	x קטן/שמאל
$x=0$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=-1$

שאלה מספר 7. $f(x)=x^2-6x+5$ $y=-2x+1$ $y=2x-11$



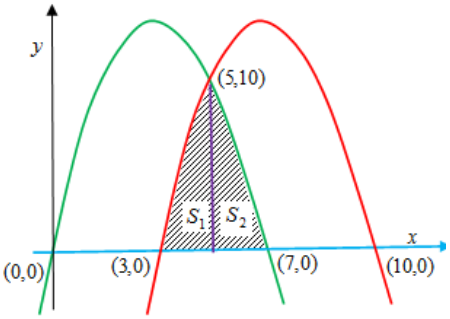
S_1

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=x^2-6x+5$	x קטן/שמאל
$x=3$	פונקציה תחתונה $y=-2x+1$	$x=2$

S_2

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=x^2-6x+5$	x קטן/שמאל
$x=4$	פונקציה תחתונה $y=2x-11$	$x=3$

שאלה מספר 8. $f(x)=-x^2+7x$ $g(x)=-x^2+13x-30$



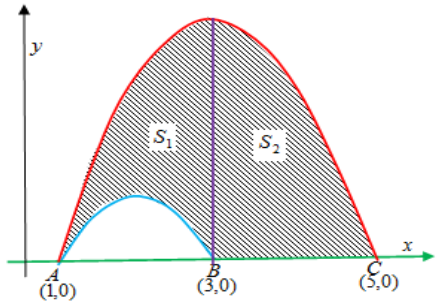
S_1

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $g(x)=-x^2+13x-30$	x קטן/שמאל
$x=5$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=3$

S_2

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=-x^2+7x$	x קטן/שמאל
$x=7$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=5$

שאלה מספר 9. $f(x)=-x^2+4x-3$ $g(x)=-x^2+6x-5$



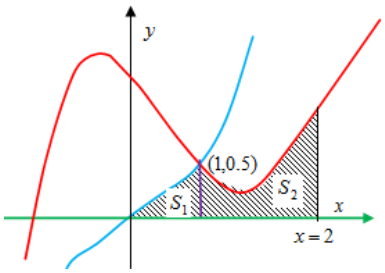
S_1

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=-x^2+4x-3$	x קטן/שמאל
$x=3$	פונקציה תחתונה	$x=1$

S_2

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $g(x)=-x^2+6x-5$	x קטן/שמאל
$x=5$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=3$

שאלה מספר 10. $g(x)=\frac{1}{2}x^3$ $f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x+3$



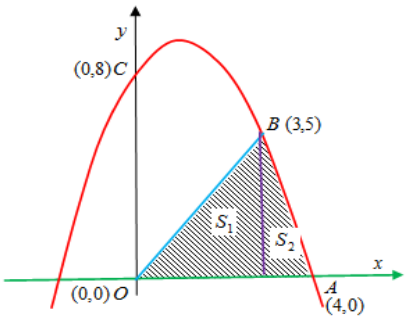
S_1

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $g(x)=\frac{1}{2}x^3$	x קטן/שמאל
$x=1$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=0$

S_2

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=\frac{1}{2}x^3-3x+3$	x קטן/שמאל
$x=2$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=1$

שאלה מספר 11. $g(x)=\frac{5}{3}x$ $f(x)=-x^2+2x+8$



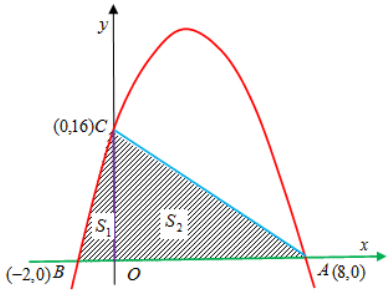
S_1

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $g(x)=\frac{5}{3}x$	x קטן/שמאל
$x=3$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=0$

S_2

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=-x^2+2x+8$	x קטן/שמאל
$x=4$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=3$

שאלה מספר 12 $g(x)=-2x+16$ $f(x)=-x^2+6x+16$



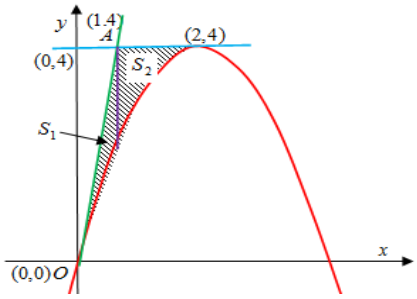
S_1

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=-x^2+6x+16$	x קטן/שמאל
$x=0$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=-2$

S_2

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $g(x)=-2x+16$	x קטן/שמאל
$x=8$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=0$

שאלה מספר 13. $y=4x$ $g(x)=4$ $f(x)=4x-x^2$



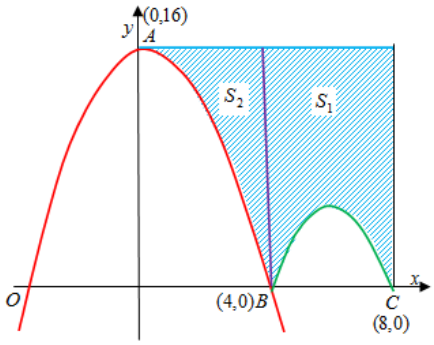
S_1

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=4x$	x קטן/שמאל
$x=1$	פונקציה תחתונה $f(x)=4x-x^2$	$x=0$

S_2

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $g(x)=4$	x קטן/שמאל
$x=2$	פונקציה תחתונה $f(x)=4x-x^2$	$x=1$

שאלה מספר 14. $y=16$ $g(x)=-x^2+12x-32$ $f(x)=-x^2+16$



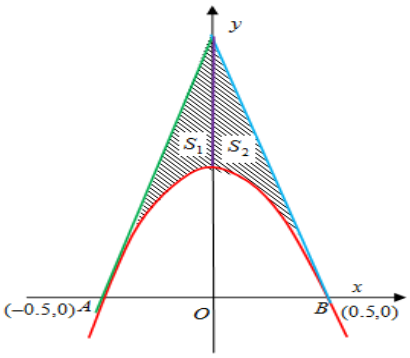
S_1

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=16$	x קטן/שמאל
$x=4$	פונקציה תחתונה $f(x)=-x^2+16$	$x=0$

S_2

x ימין/	פונקציה עליונה $y=16$	x שמאל/
$x=8$	פונקציה תחתונה $g(x)=-x^2+12x-32$	$x=4$

שאלה מספר 15. $y=4x+2$ $g(x)=-4x+2$ $f(x)=1-4x^2$



S_1

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=4x+2$	x קטן/שמאל
$x=0$	פונקציה תחתונה $f(x)=1-4x^2$	$x=-0.5$

S_2

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $g(x)=-4x+2$	x קטן/שמאל
$x=0.5$	פונקציה תחתונה $f(x)=1-4x^2$	$x=0$

שני שטחים

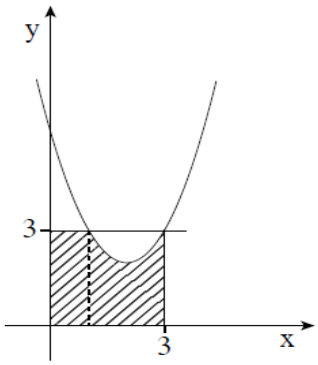
שאלה מספר 1: מבחן בגרות 35803 מועד חורף תש"ע 2010.

נתונה הפונקציה $f(x)=x^2-4x+6$

מעבירים ישר $y=3$ (ראה ציור)

(א). מצא את נקודות החיתוך של הישר $y=3$ עם גרף הפונקציה $f(x)$.

(ב). מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ על ידי הישר $y=3$, על ידי הישר $x=3$ ועל ידי הצירים.
(השטח המקווקו בציור)



פתרון:

(א). מצא את נקודות החיתוך של הישר $y=3$ עם גרף הפונקציה $f(x)$.

נקודה החיתוך בין הישר לפונקציה

$f(x)=x^2-4x+6$

$y=3$

$3=x^2-4x+6$

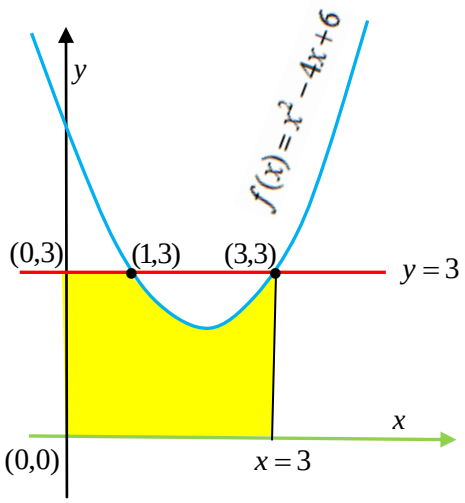
$0=x^2-4x+3$

$x_{1,2}=\frac{-(-4)\pm\sqrt{16-4(1)(3)}}{2(1)}$

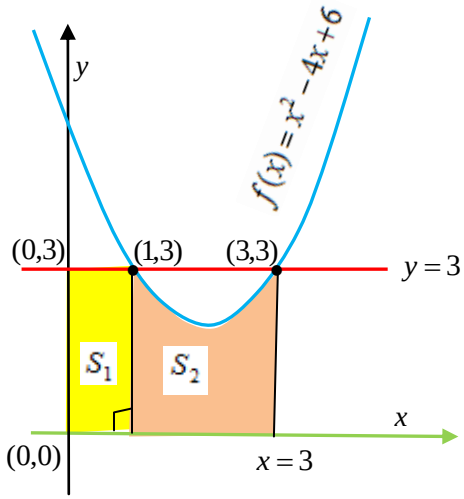
$x_{1,2}=\frac{4\pm 2}{2}$

$x_1=+3 \quad x_2=1$

$(1,3) \quad (3,3)$



(ב). מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר $y = 3$,
על ידי הישר $x = 3$ ועל ידי הצירים.



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=3$	x גדול/ימין
$x=0$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=1$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=x^2-4x+6$	x גדול/ימין
$x=1$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=3$

$$S_1=\int_0^1 (3)-(0)\,dx$$
$$S_1=\int_0^1 (3-0)\,dx$$
$$S_1=\int_0^1 (3)\,dx$$
$$S_1=\left[3x\right]_0^1$$
$$S_1=\left[3\cdot(1)\right]-\left[3(0)\right]$$
$$S_1=\left[3\right]-\left[0\right]$$
$$S_1=\left[3\right]$$

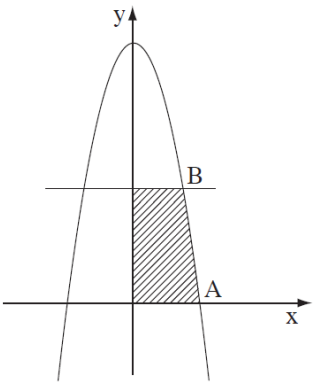
$$S_2=\int_1^3 (x^2-4x+6)-(0)\,dx$$
$$S_2=\int_1^3 (x^2-4x+6-0)\,dx$$
$$S_2=\int_1^3 (x^2-4x+6)\,dx$$
$$S_2=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+6x\right]_1^3$$
$$S_2=\left[\frac{(3)^3}{3}-\frac{4(3)^2}{2}+6(3)\right]-\left[\frac{(1)^3}{3}-\frac{4(1)^2}{2}+6(1)\right]$$
$$S_2=\left[9\right]-\left[4\frac{1}{3}\right]$$
$$S_2=\left[4\frac{2}{3}\right]$$

$$S_T=S_1+S_2$$
$$S_T=\left[3\right]+\left[4\frac{2}{3}\right]=7\frac{2}{3}$$

תשובה סופית:

(א) $(3,3)$ $(1,3)$ **(ב)** $S=3+4\frac{2}{3}=7\frac{2}{3}$

שאלה מספר 2: מבחן בגרות 35803 מועד א' קיץ תשע"ב 2012.



בציור שלפניך מוצג גרף הפונקציה $f(x)=-x^2+16$

A היא אחת הנקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .

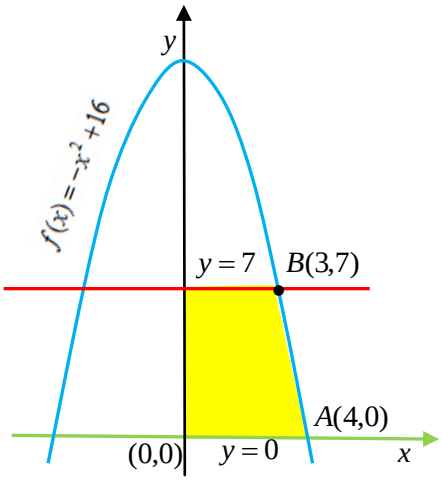
B היא אחת מנקודות החיתוך של הישר $y=7$ עם גרף הפונקציה (ראה ציור)

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו B .

(ב) מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה על ידי הישר $y=7$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בציור).

פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו B .



נקודה B

$f(x)=-x^2+16$

$y=7$

$7=-x^2+16$

$x^2=9$

$x_{1,2}=\pm\sqrt{9}$

$x_B=+3 \quad x_2=-3$

$B(3,7)$

נקודה A

$f(x)=-x^2+16$

$y=0$

$0=-x^2+16$

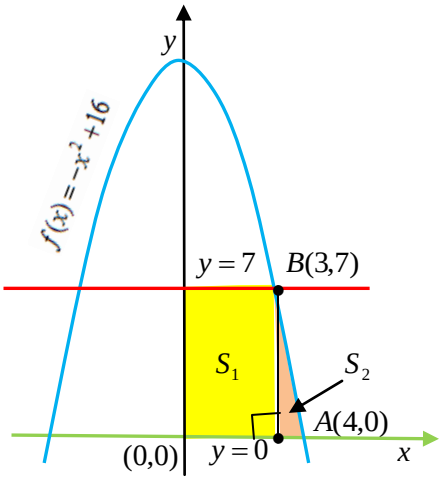
$x^2=16$

$x_{1,2}=\pm\sqrt{16}$

$x_A=+4 \quad x_2=-4$

$A(4,0)$

(ב) מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה על ידי הישר $y=7$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בציור).



x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=-x^2+16$	x קטן/שמאל
$x=4$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=3$

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=7$	x קטן/שמאל
$x=3$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=0$

$$S_2=\int_3^4 (\ -x^2+16\ )-(\ 0\ )dx$$
$$S_2=\int_3^4 (\ -x^2+16-0\ )dx$$
$$S_2=\int_3^4 (\ -x^2+16\ )dx$$
$$S_2=\left[-\frac{x^3}{3}+16x\right]_3^4$$
$$S_2=\left[-\frac{(4)^3}{3}+16(4)\right]-\left[-\frac{(3)^3}{3}+16(3)\right]$$
$$S_2=\left[\ 42\frac{2}{3}\ \right]-\left[\ 39\ \right]$$
$$S_2=\left[\ 3\frac{2}{3}\ \right]$$

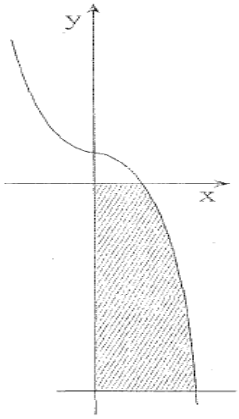
$$S_1=\int_0^3 (7\ )-(0\ )dx$$
$$S_1=\int_0^3 (7-0\ )dx$$
$$S_1=\int_0^3 (7\ )dx$$
$$S_1=\left[\ 7x\ \right]_0^3$$
$$S_1=\left[\ 7(3)\ \right]-\left[\ 7(0)\ \right]$$
$$S_1=\left[\ 21\ \right]-\left[\ 0\ \right]$$
$$S_1=\left[\ 21\ \right]$$

$$S_T=S_1+S_2$$
$$S_T=\left[\ 21\ \right]+\left[\ 3\frac{2}{3}\ \right]=24\frac{2}{3}$$

<u>תשובה סופית:</u>

(א) $B(3,7)$ $A(4,0)$ **(ב)** $S=21+3\frac{2}{3}=24\frac{2}{3}$.

שאלה מספר 3: מבחן בגרות 35003 מועד חצב ברק תשס"ח 2008



נתונה הפונקציה $f(x)=-x^3+1$

ונתון הישר $y=-7$

א. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה

(1) עם ציר ה– x .

(2) עם הישר $y=-7$

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה f(x) ,

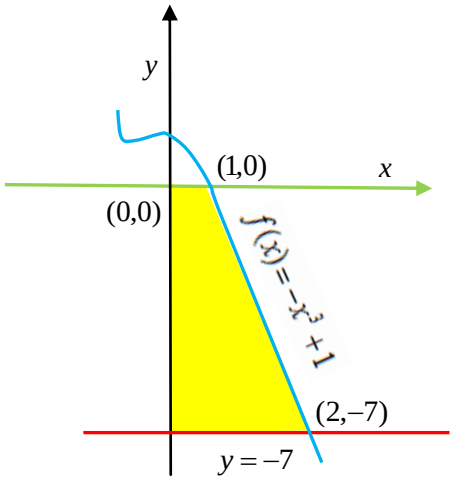
על ידי הישר $y=-7$, ועל ידי הצירים

(השטח המקווקו בציור)

פתרון:

(א). מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה

(1) עם ציר ה – x.



$f(x)=-x^3+1$

$y=0$

$0=-x^3+1$

$x^3=1$

$x=\sqrt[3]{1}=1$

$(1,0)$

(2) עם הישר $y=-7$

$f(x)=-x^3+1$

$y=-7$

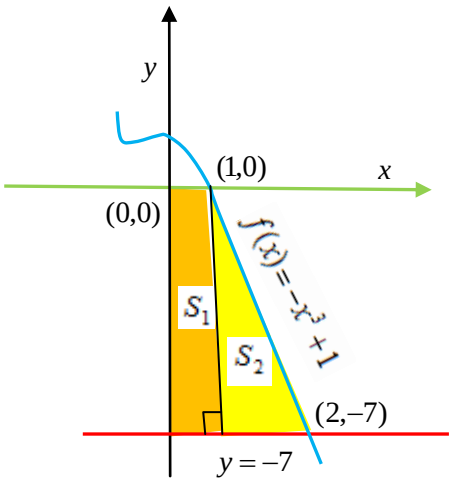
$-7=-x^3+1$

$x^3=8$

$x=\sqrt[3]{8}=2$

$(2,-7)$

(ב). מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה f(x) , על ידי הישר $y=-7$, על ידי הצירים (השטח המקווקו בציור)



x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=-x^3+1$	x קטן/שמאל
$x=2$	פונקציה תחתונה $y=-7$	$x=1$

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=0$	x קטן/שמאל
$x=1$	פונקציה תחתונה $y=-7$	$x=0$

$$S_2=\int_1^2 (-x^3+1)-(-7)dx$$
$$S_2=\int_1^2 (-x^3+1+7)dx$$
$$S_2=\int_1^2 (-x^3+8)dx$$
$$S_2=\left[-\frac{x^4}{4}+8x\right]_1^2$$
$$S_2=\left[-\frac{(2)^4}{4}+8(2)\right]-\left[-\frac{(1)^4}{4}+8(1)\right]$$
$$S_2=\left[12\right]-\left[7\frac{3}{4}\right]$$
$$S_2=\left[4\frac{1}{4}\right]$$

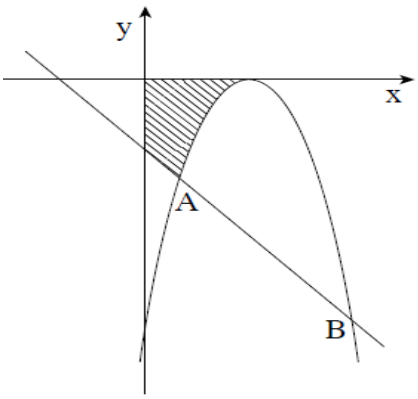
$$S_1=\int_0^1 (0)-(-7)dx$$
$$S_1=\int_0^1 (0+7)dx$$
$$S_1=\int_0^1 (7)dx$$
$$S_1=\left[7x\right]_0^1$$
$$S_1=\left[7\cdot(1)\right]-\left[3(0)\right]$$
$$S_1=\left[7\right]-\left[0\right]$$
$$S_1=\left[7\right]$$

$$S_T=S_1+S_2$$
$$S_T=\left[7\right]+\left[4\frac{1}{4}\right]=11\frac{1}{4}$$

תשובה סופית:

(א1) $(1,0)$ **(א2)** $(2,-7)$ **(ב)** $S=7+4\frac{1}{4}=11\frac{1}{4}$

שאלה מספר 4: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ט 2009



בציור שלפניך מוצגים
הפרבולה $f(x)=-x^2+6x-9$
והישר $g(x)=-x-3$
הפרבולה והישר הנפגשים בנקודות A ו – B
(A משמאל ל- B)
(א). מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה f(x).
(ב) מצא את שיעורי הנקודות A ו B .
(ג). חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה f(x).
על ידי הישר g(x) ועל ידי הצירים
(השטח המסומן)

פתרון:

(א). מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה f(x).

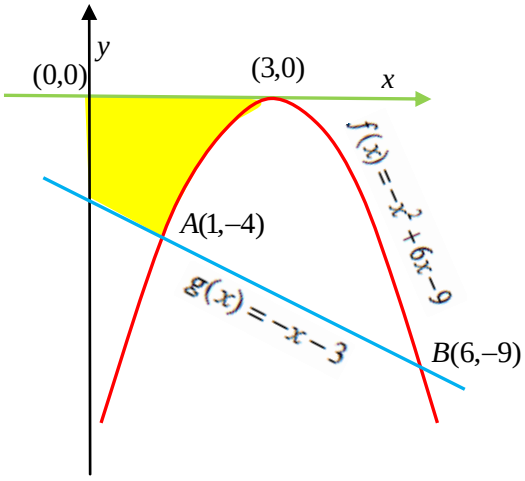
נגזרת שנייה
Max/min
$f''(x)=-2 \cap \max$

נגזרת ראשונה
m=0
$f'(x)=-2x+6$
$f'(x)=0$
$0=-2x+6$
$2x=6$
$x=3$

פונקציה
y=?
$f(x)=-x^2+6x-9$
$f(3)=-(3)^2+6(3)-9$
$(3,0)$

נקודת הקיצון
$(3,0) \cap \max$

הפרבולה והישר נפגשים בנקודות A ו – B (A משמאל ל- B)
(ב) מצא את שיעורי הנקודות A ו B .



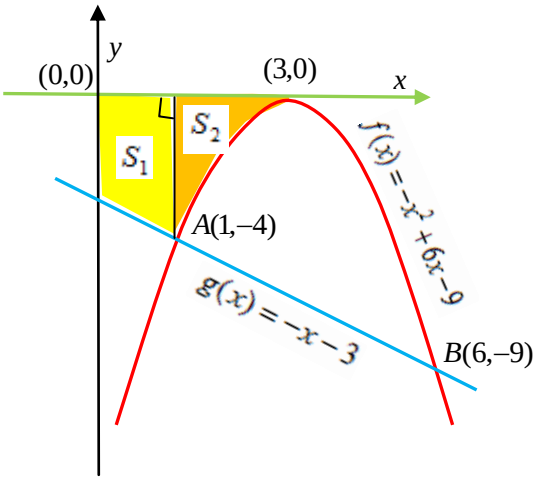
נקודות AB
$g(x)=-x-3$
$x=1$
$y==-(1)-3=-4$
$A(1,-4)$

$x=6$
$y==-(6)-3=-9$
$B(6,-9)$

נקודות AB
$f(x)=g(x)$
$-x^2+6x-9=-x-3$
$-x^2+6x-9+x+3=0$
$-x^2+7x-6=0$
$x_{1,2}=\frac{-(7)\pm\sqrt{49-4(-1)(-6)}}{2(-1)}$
$x_{1,2}=\frac{-7\pm5}{-2}$
$x_A=1 \quad x_B=6$

תשובה: $A(1,-4)$ $B(6,-9)$

(ג). חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה f(x).על ידי הישר g(x) ועל ידי הצירים (השטח המסומן)



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=0$	x גדול/ימין
$x=0$	פונקציה תחתונה $y=-1x-3$	$x=1$

$$S_1=\int_0^1 (\ 0\ )-(\ -1x-3\ )dx$$
$$S_1=\int_0^1 (\ 0+1x+3\ )dx$$
$$S_1=\int_0^1 (\ 1x+3\ )dx$$
$$S_1=\left[\frac{1x^2}{2}+3x\right]_0^1$$
$$S_1=\left[\frac{(1)^2}{2}+3(1)\right]-\left[\frac{(0)^2}{2}+3(0)\right]$$
$$S_1=\left[\ 3\frac{1}{2}\ \right]-\left[\ 0\ \right]$$
$$S_1=\left[\ 3\frac{1}{2}\ \right]$$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=0$	x גדול/ימין
$x=1$	פונקציה תחתונה $y=-x^2+6x-9$	$x=3$

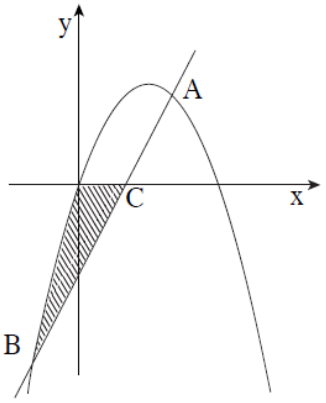
$$S_2=\int_1^3 (\ 0\ )-(\ -x^2+6x-9\ )dx$$
$$S_2=\int_1^3 (\ 0+x^2-6x+9\ )dx$$
$$S_2=\int_1^3 (\ x^2-6x+9\ )dx$$
$$S_2=\left[\ \frac{x^3}{3}-\frac{6x^2}{2}+9x\ \right]_1^3$$
$$S_2=\left[\ \frac{(3)^3}{3}-\frac{6(3)^2}{2}+9(3)\ \right]-\left[\ \frac{(1)^3}{3}-\frac{6(1)^2}{2}+9(1)\ \right]$$
$$S_2=\left[\ 9\ \right]-\left[\ 6\frac{1}{3}\ \right]$$
$$S_2=\left[\ 2\frac{2}{3}\ \right]$$

$$S_T=S_1+S_2$$
$$S_T\left[\ 3\frac{1}{2}\ \right]+\left[\ 2\frac{2}{3}\ \right]=6\frac{1}{6}$$

תשובה סופית:

(א) $(3,0)\cap \max$ **(ב)** $A\ (1,-4)\quad B\ (6,-9)$ $\qquad S=3\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}=6\frac{1}{6}$

שאלה מספר 5: מבחן בגרות 35803 מועד א' תשס"ט 2009



בציור שלפניך מוצגת פרבולה $f(x)=-x^2+6x$
ומוצג הישר $y=4x-8$
הישר והפרבולה נחתכים בנקודות A ו– B
A מימין ל– B

(א) **(1)** מצא את שיעור ה – x של הנקודה B.
(2) הישר חותך את ציר ה– x בנקודה C
מצא את שיעור ה– x של הנקודה C.

(ב) מצא את השטח המקווקו בציור (השטח המוגבל על ידי הפרבולה , על ידי הישר ועל ידי ציר ה – x).

פתרון:

(א1) מצא את שיעור ה – x של הנקודה B.

נקודות AB

$y=4x-8$

$x=-2$

$y=4(-2)-8=-16$

$B(-2,-16)$

$x=4$

$y=4(4)-8=8$

$A(4,8)$

נקודות AB

$f(x)=y$

$-x^2+6x=4x-8$

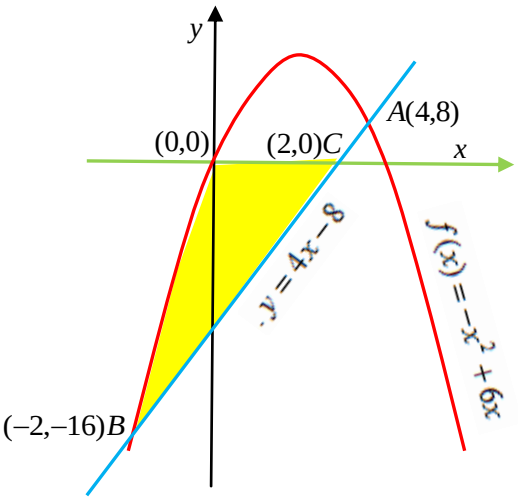
$-x^2+6x-4x+8=0$

$-x^2+2x+8=0$

$$x_{1,2}=\frac{-(2)\pm\sqrt{4-4(-1)(8)}}{2(-1)}$$

$$x_{1,2}=\frac{-2\pm 6}{-2}$$

$x_A=4 \quad x_B=-2$



(א2) הישר חותך את ציר ה – x בנקודה C
מצא את שיעור ה - x של הנקודה C.

נקודות C

$y=4x-8$

$y=0$

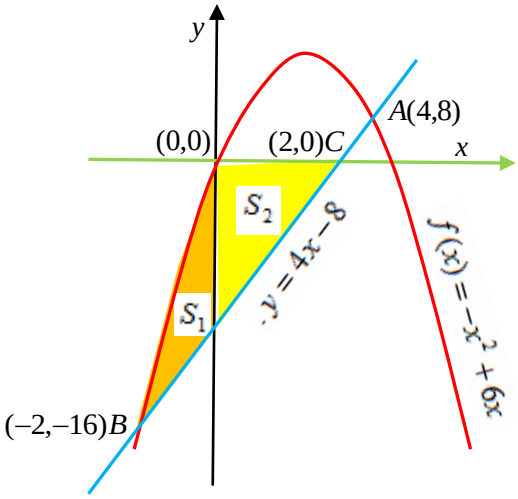
$0=4x-8$

$8=4x$

$x_C=2$

$C(2,0)$

(ב) מצא את השטח המקווקו בציור (השטח המוגבל ע"י הפרבולה , ע"י הישר וע"י ציר ה – x).



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=0$	x גדול/ימין
$x=0$	פונקציה תחתונה $y=4x-8$	$x=2$

$$S_2=\int_0^2 (\ 0\ )-(\ 4x-8\ )dx$$
$$S_2=\int_0^2 (\ 0-4x+8\ )dx$$
$$S_2=\int_0^2 (\ -4x+8\ )dx$$
$$S_2=\left[\ \frac{-4x^2}{2}+8x\ \right]_0^2$$
$$S_2=\left[\ -\frac{4(2)^2}{2}+8(2)\ \right]-\left[\ -\frac{4(0)^2}{2}+8(0)\ \right]$$
$$S_2=\left[\ 8\ \right]-\left[\ 0\ \right]$$
$$S_2=\left[\ 8\ \right]$$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $f(x)=-x^2+6x$	x גדול/ימין
$x=-2$	פונקציה תחתונה $y=4x-8$	$x=0$

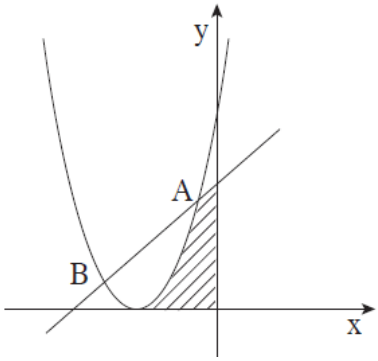
$$S_1=\int_{-2}^0 (\ -x^2+6x\ )-(\ 4x-8\ )dx$$
$$S_1=\int_{-2}^0 (\ -x^2+6x-4x+8\ )dx$$
$$S_1=\int_{-2}^0 (\ -x^2+2x+8\ )dx$$
$$S_1=\left[-\frac{1x^3}{3}+\frac{2x^2}{2}+8x\right]_{-2}^0$$
$$S_1=\left[-\frac{1(0)^3}{3}+\frac{2(0)^2}{2}+8(0)\right]-\left[-\frac{1(-2)^3}{3}+\frac{2(-2)^2}{2}+8(-2)\right]$$
$$S_1=\left[\ 0\ \right]-\left[\ -9\frac{1}{3}\ \right]$$
$$S_1=\left[\ 9\frac{1}{3}\ \right]$$

$$S_T=S_1+S_2$$
$$S_T=\left[\ 9\frac{1}{3}\ \right]+\left[\ 8\ \right]=17\frac{1}{3}$$

<u>תשובה סופית</u> :

(א1) $B\ (-2,-16)$ **(א2)** $C\ (2,0)$ **(ב).** $S=9\frac{1}{3}+8=17\frac{1}{3}$

שאלה מספר 6: מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשס"ט 2009



בציור מוצגת הפרבולה $f(x)=(x+3)^2$
ומוצג הישר $y=x+5$
הפרבולה והישר נפגשים בנקודות A ו– B (A מימין ל– B)
(א). מצא את שיעור ה– x של נקודת המינימום של הפרבולה.
(ב) מצא את שיעורי הנקודות A ו B .
(ג). מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה , על ידי הישר ,
על ידי ציר ה– y ועל ידי ציר ה– x
(השטח המקווקו בציור)

A

פתרון:

(א). מצא את שיעור ה – x של נקודת המינימום של הפרבולה.

נגזרת שנייה
Max/min
$f''(x)=+2 \cup \min$

נגזרת ראשונה
m=0
$f'(x)=2x+6$
$f'(x)=0$
$0=2x+6$
$-2x=6$
$x=-3$

פונקציה
y=?
$f(x)=(x+3)^2$
$f(x)=x^2+6x+9$
$f(-3)=(-3)^2+6(-3)^2+9$
$(-3,0)$

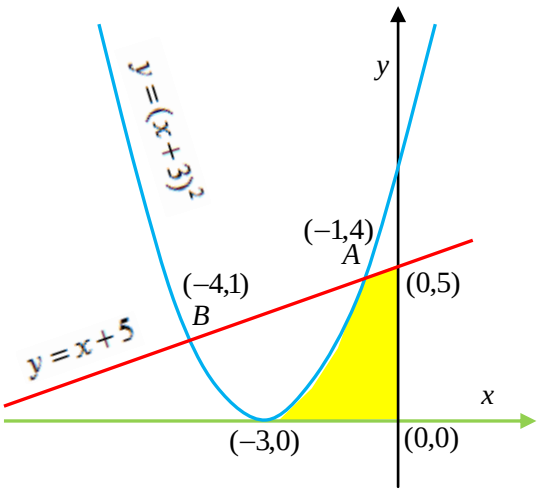
נקודת הקיצון
$(-3,0) \cup \min$

(ב) מצא את שיעורי הנקודות A ו B .

נקודות AB
$y=x+5$
$x=-1$
$y=(-1)=5=4$
$A(-1,4)$

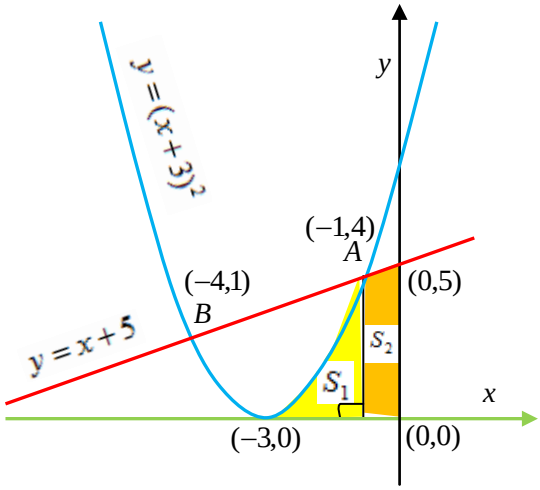
$x=-4$
$y=(-4)=5=1$
$B(-4,1)$

נקודות AB
$f(x)=y$
$x^2+6x+9=x+5$
$x^2+6x+9-x-5=0$
$x^2+5x+4=0$
$x_{1,2}=\frac{-(5)\pm\sqrt{25-4(1)(4)}}{2(1)}$
$x_{1,2}=\frac{-5\pm 3}{2}$
$x_A=-1 \quad x_B=-4$



תשובה: $A(-1,4)$ $B(-4,1)$

(ג). מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה , על ידי הישר ,
על ידי ציר ה y ועל ידי ציר ה – x (השטח המקווקו בציור)



x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=x+5$	x קטן/שמאל
$x=0$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=-1$

$$S_2=\int_{-1}^{0}(\ x+5\ )-(\ 0\ )dx$$
$$S_2=\int_{-1}^{0}(\ x+5-0\ )dx$$
$$S_2=\int_{-1}^{0}(\ x+5\ )dx$$
$$S_2=\left[-\frac{x^2}{2}+5x\right]_{-1}^{0}$$
$$S_2=\left[\frac{(0)^2}{2}+5(0)\right]-\left[\frac{(-1)^2}{2}+5(-1)\right]$$
$$S_2=\left[\ 0\ \right]-\left[\ -4\frac{1}{2}\ \right]$$
$$S_2=\left[\ 4\frac{1}{2}\ \right]$$

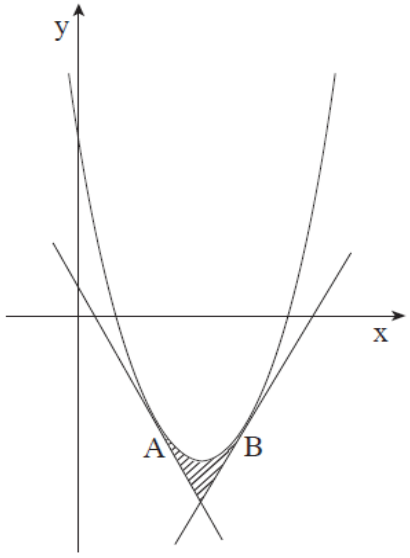
x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=x^2+6x+9$	x קטן/שמאל
$x=-1$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=-3$

$$S_1=\int_{-3}^{-1}(\ x^2+6x+9\ )-(\ 0\ )dx$$
$$S_1=\int_{-3}^{-1}(\ x^2+6x+9\ -\ 0\ )dx$$
$$S_1=\int_{-3}^{-1}(\ x^2+6x+9\ )dx$$
$$S_1=\left[\frac{x^3}{3}+\frac{6x^2}{2}+9x\right]_{-3}^{-1}$$
$$S_1=\left[\frac{(-1)^3}{3}+\frac{6(-1)^2}{2}+9(-1)\right]-\left[\frac{(-3)^3}{3}+\frac{6(-3)^2}{2}+9(-3)\right]$$
$$S_1=\left[\ -6\frac{1}{3}\ \right]-\left[\ -9\ \right]$$
$$S_1=\left[\ 2\frac{2}{3}\ \right]$$

$$S_T=S_1+S_2$$
$$S_T=\left[\ 2\frac{2}{3}\ \right]+\left[\ 4\frac{1}{2}\ \right]=7\frac{1}{6}$$

<u>תשובה סופית:</u>

(א). $(-3,0)$ **(ב)** $A(-1,4)\ \ B(-4,1)$ **(ג).** $S=2\frac{2}{3}+4\frac{1}{2}=7\frac{1}{6}$



שאלה מספר 7: מבחן בגרות 35803 מועד א' תש"ע 2010 .

נתונה פרבולה שמשוואתה $f(x)=x^2-6x+5$
(ראה ציור).
משוואת הישר המשיק לפרבולה בנקודה A היא $y=-2x+1$.
משוואת הישר המשיק לפרבולה בנקודה B היא $y=2x-11$.

(א). מצא את שיעור ה – x של הנקודה A,
ואת שיעור ה – x של הנקודה B.

(ב). מצא את השטח המוגבל על ידי המשיקים ועל ידי הפרבולה.
(השטח המקווקו בציור).

פתרון:

(א). מצא את שיעור ה – x של הנקודה A,
ואת שיעור ה – x של הנקודה B.

נקודה A

$f(x)=y$

$x^2-6x+5=-2x+1$

$x^2-6x+5+2x-1=0$

$x^2-4x+4=0$

$x_{1,2}=\frac{-(-4)\pm\sqrt{16-4(1)(4)}}{2(1)}$

$x_{1,2}=\frac{4\pm0}{2}$

$x_A=2$

נקודה A

$y=-2x+1$

$x_A=2$

$y=-2(2)+1$

$y=-3$

$A(2,-3)$

נקודה B

$f(x)=y$

$x^2-6x+5=2x-11$

$x^2-6x+5-2x+11=0$

$x^2-8x+16=0$

$x_{1,2}=\frac{-(-8)\pm\sqrt{64-4(1)(16)}}{2(1)}$

$x_{1,2}=\frac{8\pm0}{2}$

$x_B=4$

נקודה B

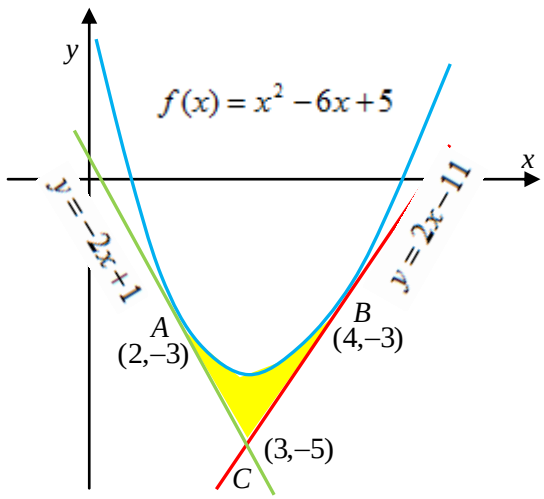
$y=2x-11$

$x_B=4$

$y=2(4)-11$

$y=-3$

$B(4,-3)$



נקודה C

$y=y$

$-2x+1=2x-11$

$4x=12$

$x=3$

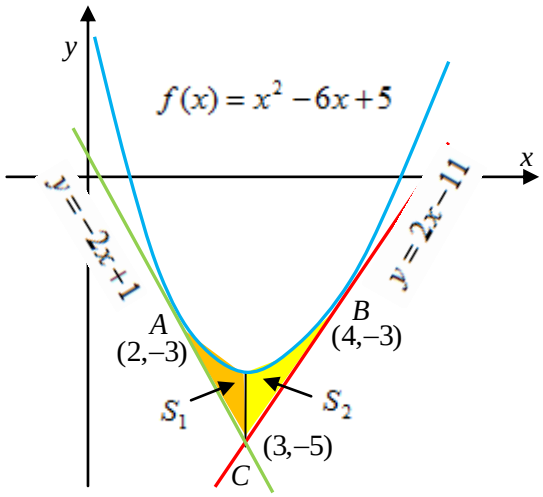
$y=2x-11$

$y=2(3)-11$

$y=-5$

$C(3,-5)$

(ב). מצא את השטח המוגבל על ידי המשיקים ועל ידי הפרבולה.
(השטח המקווקו בציור).



x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=x^2-6x+5$	x קטן/שמאל
$x=4$	פונקציה תחתונה $y=2x-11$	$x=3$

$$S_2=\int_3^4 (\ x^2-6x+5\ )-(\ 2x-11\ )dx$$
$$S_2=\int_3^4 (\ x^2-6x+5\ -2x+11\ )dx$$
$$S_2=\int_3^4 (\ x^2-8x+16\ )dx$$
$$S_2=\left[\ \frac{x^3}{3}-\frac{8x^2}{2}+16x\ \right]_3^4$$
$$S_2=\left[\ \frac{(4)^3}{3}-\frac{8(4)^2}{2}+16(4)\ \right]-\left[\ \frac{(3)^3}{3}-\frac{8(3)^2}{2}+16(3)\ \right]$$
$$S_2=\left[\ 21\frac{1}{3}\ \right]-\left[\ 21\ \right]$$
$$S_2=\left[\ \frac{1}{3}\ \right]$$

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=x^2-6x+5$	x קטן/שמאל
$x=3$	פונקציה תחתונה $y=-2x+1$	$x=2$

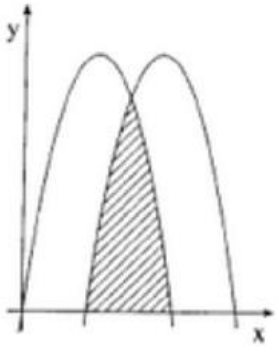
$$S_1=\int_2^3 (\ x^2-6x+5\ )-(\ -2x+1\ )dx$$
$$S_1=\int_2^3 (\ x^2-6x+5+2x-1\ )dx$$
$$S_1=\int_2^3 (\ x^2-4x+4\ )dx$$
$$S_1=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{2x^2}{2}+4x\right]_2^3$$
$$S_1=\left[\frac{(3)^3}{3}-\frac{4(3)^2}{2}+4(3)\right]-\left[\frac{(2)^3}{3}-\frac{4(2)^2}{2}+4(2)\right]$$
$$S_2=\left[\ 3\ \right]-\left[\ 2\frac{2}{3}\ \right]$$
$$S_1=\left[\ \frac{1}{3}\ \right]$$

$$S_T=S_1+S_2$$
$$S_T=\left[\ \frac{1}{3}\ \right]+\left[\ \frac{1}{3}\ \right]=\frac{2}{3}$$

תשובה סופית :

(א). $x_A=2\ \ x_B=4$ **(ב)** $S_T=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

שאלה מספר 8. מבחן בגרות 35003 מועד חצב/ברק תשס"ו 2006



נתונות שתי הפונקציות
(ראה ציור)

$f(x) = -x^2 + 7x$

$g(x) = -x^2 + 13x - 30$

א. מצא את שיעור ה– x של נקודת החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי ציר ה– x (השטח המקווקו בציור)

פתרון:

א. מצא את שיעור ה– x של נקודת החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

נקודת החיתוך בין הגרפים

$f(x) = g(x)$

$-x^2 + 7x = -x^2 + 13x - 30$

$-x^2 + 7x + x^2 - 13x + 30 = 0$

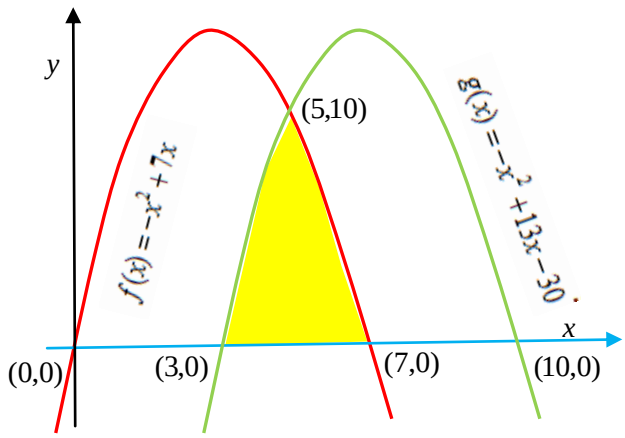
$-6x + 30 =$

$x = 5$

$y = -(5)^2 + 7(5)$

$y = 10$

$(5,10)$



חיתוך עם ציר ה-x g(x)

$g(x) = -x^2 + 13x - 30$

$y = 0$

$0 = -x^2 + 13x - 30$

$x_{1,2} = \frac{-(13) \pm \sqrt{169 - 4(-1)(-30)}}{2(-1)}$

$x_{1,2} = \frac{-13 \pm 7}{-2}$

$x_1 = 3 \quad x_2 = 10$

$(3,0) \quad (10,0)$

חיתוך עם ציר ה- x f(x)

$f(x) = -x^2 + 7x$

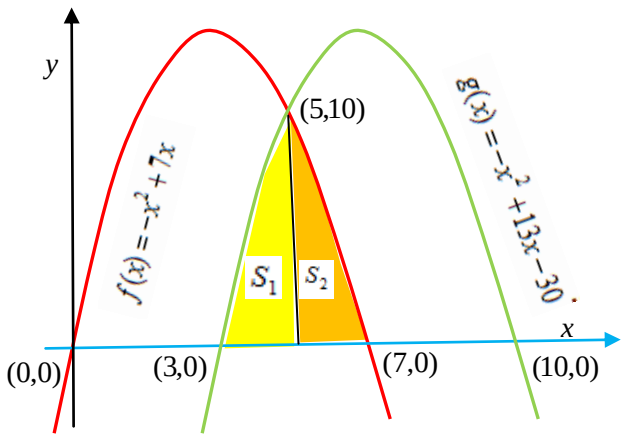
$y = 0$

$0 = x \cdot (-x + 7)$

$x_1 = 0 \quad x_2 = 7$

$(0,0) \quad (7,0)$

(ב). חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות על ידי ציר ה – x
(השטח המקווקו בציור)



x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=-x^2+7x$	x קטן/שמאל
$x=7$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=5$

$$S_2=\int_5^7 (\ -x^2+7x\ )-(\ 0\ )dx$$

$$S_2=\int_5^7 (\ -x^2+7x\ )dx$$

$$S_2=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{7x^2}{2}\right]_5^7$$

$$S_2=\left[-\frac{(7)^3}{3}+\frac{7(7)^2}{2}\right]-\left[-\frac{(5)^3}{3}+\frac{7(5)^2}{2}\right]$$

$$S_2=\left[\ 56\frac{1}{6}\ \right]-\left[\ 45\frac{5}{6}\ \right]$$

$$S_2=\left[\ 11\frac{1}{3}\ \right]$$

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=-x^2+13x-30$	x קטן/שמאל
$x=5$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=3$

$$S_1=\int_3^5 (\ -x^2+13x-30\ )-(\ 0\ )dx$$

$$S_1=\int_3^5 (\ -x^2+13x-30\ )dx$$

$$S_1=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{13x^2}{2}-30x\right]_3^5$$

$$S_1=\left[-\frac{(5)^3}{3}+\frac{13(5)^2}{2}-30(5)\right]-\left[-\frac{(3)^3}{3}+\frac{13(3)^2}{2}-30(3)\right]$$

$$S_1=\left[\ -29\frac{1}{6}\ \right]-\left[\ -40\frac{1}{2}\ \right]$$

$$S_1=\left[\ 11\frac{1}{3}\ \right]$$

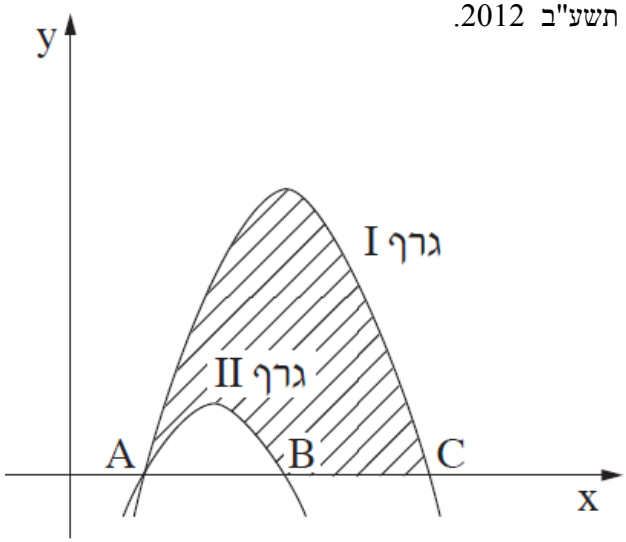
$$S_T=S_1+S_2$$

$$S_T=\left[\ 11\frac{1}{3}\ \right]+\left[\ 11\frac{1}{3}\ \right]=22\frac{2}{3}$$

<u>תשובה סופית:</u>

(א) (5,10) **(ב)** $S=11\frac{1}{3}+11\frac{1}{3}=22\frac{2}{3}$

שאלה מספר 9: מבחן בגרות 35803 מועד קיץ תשע"ב 2012.



בציור שלפניך נתונים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

$$g(x) = -x^2 + 6x - 5$$

שני הגרפים חותכים את ציר ה- x בנקודה A.
גרף I חותך את ציר ה- x גם בנקודה C.
גרף II חותך את ציר ה - x גם בנקודה B.

(א). מצא את שיעורי הנקודות A, B, ו- C.

(ב). קבע איזו מבין הפונקציות מתאר גרף I ואיזו מביניהן מתאר גרף II . נמק

(ג). מצא את השטח המוגבל על ידי גרף I , על ידי גרף II ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

פתרון:

(א). מצא את שיעורי הנקודות A, B, ו- C.

f(x) חיתוך עם ציר ה-x

$f(x) = -x^2 + 4x - 3$

$y = 0$

$0 = -x^2 + 4x - 3$

$x_{1,2} = \frac{-(4) \pm \sqrt{16 - 4(-1)(-3)}}{2(-1)}$

$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2}{-2}$

$x_1 = 1 \quad x_2 = 3$

$A(1,0) \quad B(3,0)$

g(x) חיתוך עם ציר ה-x

$g(x) = -x^2 + 6x - 5$

$y = 0$

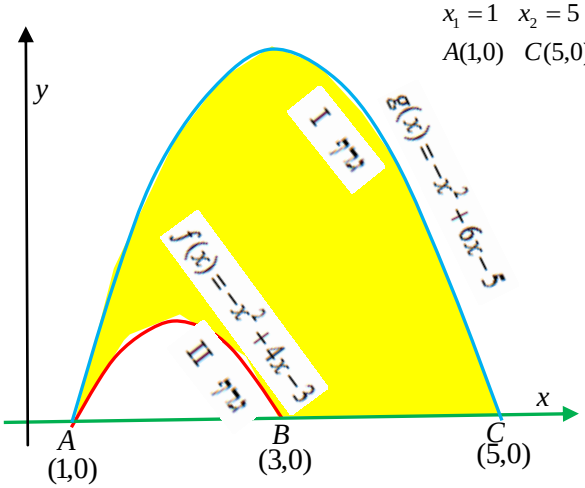
$0 = -x^2 + 6x - 5$

$x_{1,2} = \frac{-(6) \pm \sqrt{36 - 4(-1)(-5)}}{2(-1)}$

$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 4}{-2}$

$x_1 = 1 \quad x_2 = 5$

$A(1,0) \quad C(5,0)$



גרף I

גרף II

גרף I

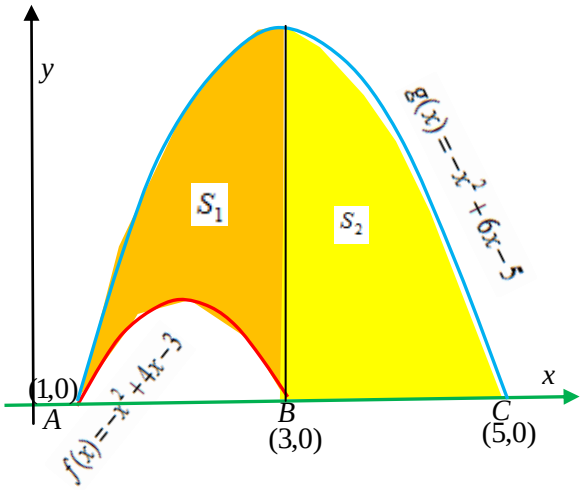
גרף II

(ב). קבע איזו מבין הפונקציות מתאר גרף I ואיזו מביניהן מתאר גרף II . נמק

גרף I מתאים לפונקציה $g(x) = -x^2 + 6x - 5$ מתאים לנקודות $A(1,0) \quad B(3,0)$

גרף II מתאים לפונקציה $f(x) = -x^2 + 4x - 3$ מתאים לנקודות $A(1,0) \quad C(5,0)$

(ג). מצא את השטח המוגבל על ידי גרף I , על ידי גרף II ועל ידי ציר ה- x
(השטח המקווקו בציור).



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $g(x)=-x^2+6x-5$	x גדול/ימין
$x=1$	פונקציה תחתונה $f(x)=-x^2+4x-3$	$x=3$

$$S_1=\int_1^3 (-x^2+6x-5)-(-x^2+4x-3)dx$$
$$S_1=\int_1^3 (-x^2+6x-5+x^2-4x+3)dx$$
$$S_1=\int_1^3 (2x-2)dx$$
$$S_1=\left[\frac{2x^2}{2}-2x\right]_1^3$$
$$S_1=\left[\frac{2(3)^2}{2}-2(3)\right]-\left[\frac{2(1)^2}{2}-2(1)\right]$$
$$S_1=[3]-[-1]$$
$$S_1=[4]$$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $g(x)=-x^2+6x-5$	x גדול/ימין
$x=3$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=5$

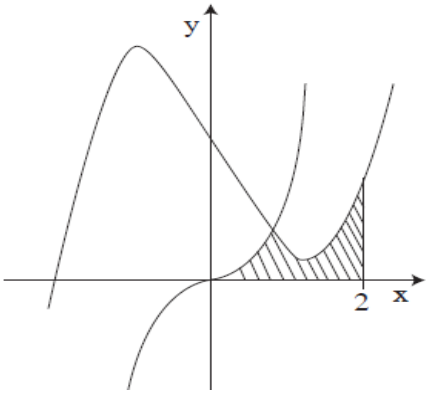
$$S_2=\int_3^5 (-x^2+6x-5)-(0)dx$$
$$S_2=\int_3^5 (-x^2+6x-5)dx$$
$$S_2=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{6x^2}{2}-5x\right]_3^5$$
$$S_2=\left[-\frac{(5)^3}{3}+\frac{6(5)^2}{2}-5(5)\right]-\left[-\frac{(3)^3}{3}+\frac{6(3)^2}{2}-5(3)\right]$$
$$S_2=\left[8\frac{1}{3}\right]-[3]$$
$$S_2=\left[5\frac{1}{3}\right]$$

$$S_T=S_1+S_2$$
$$S_T[4]+\left[5\frac{1}{3}\right]=9\frac{1}{3}$$

תשובה סופית:

(א). $A(1,0)$, $B(3,0)$, $C(5,0)$ **(ב). גרף** I $=g(x)$, **גרף** II $=f(x)$ **(ג).** $S=4+5\frac{1}{3}==9\frac{1}{3}$

שאלה מספר 10: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ז 2007



נתונים הגרפים של שתי הפונקציות :

$$f(x)=\tfrac{1}{2}x^3-3x+3$$

$$g(x)=\tfrac{1}{2}x^3$$

(ראה ציור)

א. מצא את נקודת החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים
של שתי הפונקציות על ידי ציר ה– x
ועל ידי הישר $x=2$ (השטח המקווקו בציור)

פתרון:

(א). מצא את נקודת החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

נקודת החיתוך

$f(x)=g(x)$

$0.5x^3-3x+3=0.5x^3$

$0.5x^3-3x+3-0.5x^3=0$

$-3x+3=$

$x=1$

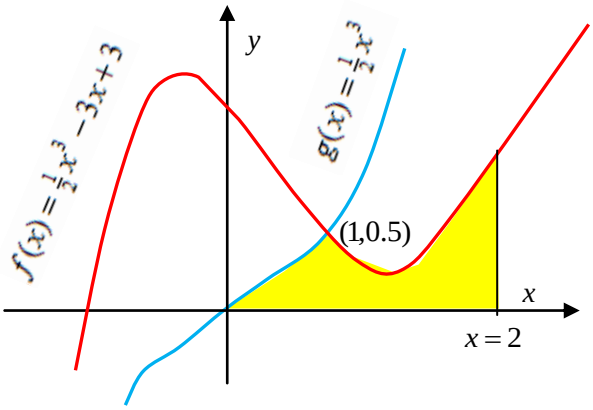
נקודת החיתוך

$y=0.5x^3$

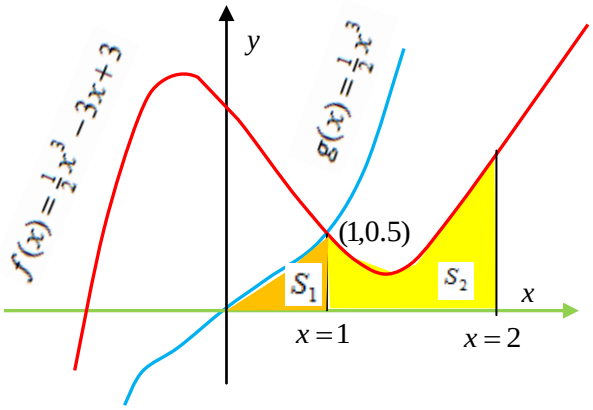
$y=0.5(1)^3$

$y=0.5$

$(1,0.5)$



(ב). חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים
של שתי הפונקציות על ידי ציר ה – x ועל ידי הישר $x=2$ (השטח המקווקו בציור)



x גדול/ימין	פונקציה עליונה $g(x)=0.5x^3-3x+3$	x קטן/שמאל
$x=2$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=1$

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $g(x)=0.5x^3$	x קטן/שמאל
$x=1$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=0$

$$S_2=\int_1^2 (\ 0.5x^3-3x+3\ )-(\ 0\ )dx$$
$$S_2=\int_1^2 (\ 0.5x^3-3x+3\ )dx$$
$$S_2=\left[\frac{0.5x^4}{4}-\frac{3x^2}{2}+3x\right]_1^2$$
$$S_2=\left[\frac{0.5(2)^4}{4}-\frac{3(2)^2}{2}+3(2)\right]-\left[\frac{0.5(1)^4}{4}-\frac{3(1)^2}{2}+3(1)\right]$$
$$S_2=[\ 2\ ]-\left[\ 1\frac{5}{8}\ \right]$$
$$S_2=\left[\frac{3}{8}\right]$$

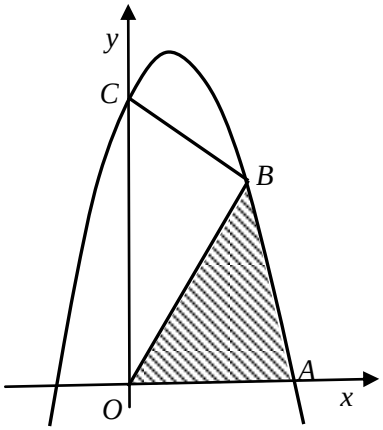
$$S_1=\int_0^1 (\ 0.5x^3\ )-(\ 0\ )dx$$
$$S_1=\int_0^1 (\ 0.5x^3\ )dx$$
$$S_1=\left[\frac{0.5x^4}{4}\right]_0^1$$
$$S_1=\left[\frac{0.5(1)^4}{4}\right]-\left[\frac{0.5(0)^4}{4}\right]$$
$$S_1=\left[\frac{1}{8}\right]-[\ 0\ ]$$
$$S_1=\left[\frac{1}{8}\right]$$

$$S_T=S_1+S_2$$
$$S_T=\left[\frac{1}{8}\right]+\left[\frac{3}{8}\right]=\frac{1}{2}$$

<u>תשובה סופית:</u>

(א) $(1,0.5)$ **(ב)** $S=0.375+0.125=0.5$

שאלה מספר 11: מבחן בגרות 35003 מועד פברואר תשע"א 2011



בציור שלפינך נתונה הפרבולה $y=-x^2+2x+8$

A ו – C הן נקודות חיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו– C.

(ב) נתון כי B היא נקודה על גרף הפונקציה ברביע הראשון כך ששטח המשולש OBC הוא 12 סמ"ר (O – ראשית הצירים).
מצא את שיעורי הנקודה B.

(ג) מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה על ידי הישר BO ועל ידי ציר ה – x
(השטח המקווקו בציור)

פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו – C.

נקודה C

$y=-x^2+2x+8$

$x=0$

$y=-(0)^2+2(0)+8$

$y=8$

$C(0,8)$

נקודה A

$y=-x^2+2x+8$

$y=0$

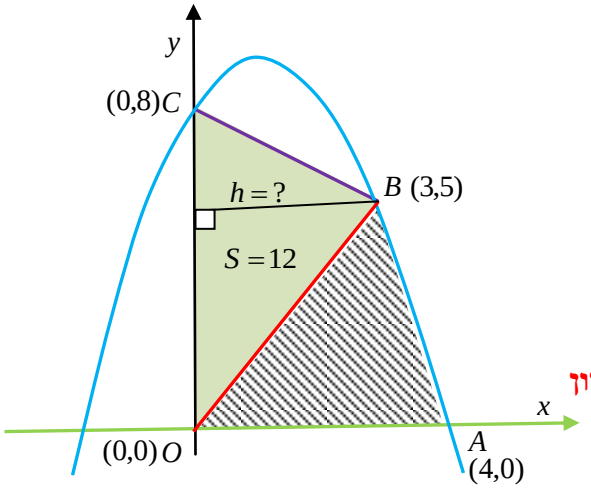
$0=-x^2+2x+8$

$x_{1,2}=\frac{-(2)\pm\sqrt{4-4(-1)(8)}}{2(-1)}$

$x_{1,2}=\frac{-2\pm 6}{-2}$

$x_A=4 \quad x_2=-2$

$A(4,0)$



(ב) נתון כי B היא נקודה על גרף הפונקציה ברביע הראשון כך ששטח המשולש OBC הוא 12 סמ"ר (O – ראשית הצירים).
מצא את שיעורי הנקודה B.

משוואת BO

$y-y_1=m\cdot(x-x_1)$

$(0,0) \quad m\frac{5-0}{3-0}=\frac{5}{3}$

$y-0=\frac{5}{3}(x-0)$

$y=\frac{5}{3}x$

נקודה B

$S=\frac{OC\cdot x_B}{2}$

$12=\frac{8\cdot x_B}{2}$

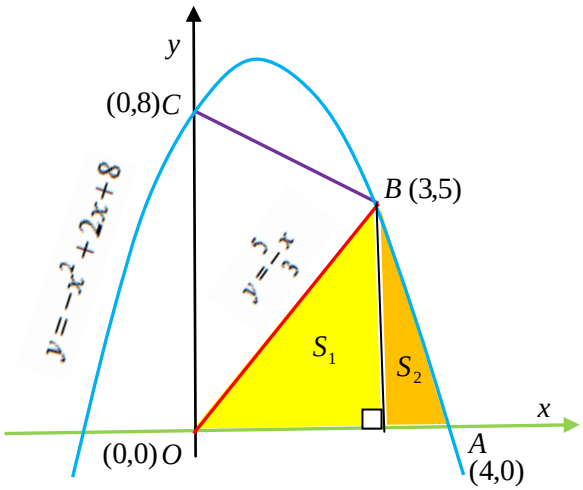
$x_B=3$

$y=-(3)^2+2(3)+8$

$y=5$

$B(3,5)$

(ג) מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה על ידי הישר BO ועל ידי ציר ה – x
(השטח המקווקו בציר)



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=\frac{5}{3}x$	x גדול/ימין
$x=0$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=3$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=-x^2+2x+8$	x גדול/ימין
$x=3$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=4$

$$S_1=\int_0^3 \left(\tfrac{5}{3}x\right)-(0)\,dx$$

$$S_1=\int_0^3 \left(\tfrac{5}{3}x\right)dx$$

$$S_1=\left[\frac{\frac{5}{3}x^2}{2}\right]_0^3$$

$$S_1=\left[\frac{\frac{5}{3}(3)^2}{2}\right]-\left[\frac{\frac{5}{3}(0)^2}{2}\right]$$

$$S_1=\left[7\frac{1}{2}\right]-\left[0\right]$$

$$S_1=\left[7\frac{1}{2}\right]$$

$$S_2=\int_3^4 \left(-x^2+2x+8\right)-(0)\,dx$$

$$S_2=\int_3^4 \left(-x^2+2x+8\right)dx$$

$$S_2=\left[\frac{-x^3}{3}+\frac{2x^2}{2}+8x\right]_3^4$$

$$S_2=\left[\frac{-(4)^3}{3}+\frac{2(4)^2}{2}+8(4)\right]-\left[\frac{-(3)^3}{3}+\frac{2(3)^2}{2}+8(3)\right]$$

$$S_2=\left[26\frac{2}{3}\right]-\left[24\right]$$

$$S_2=\left[2\frac{2}{3}\right]$$

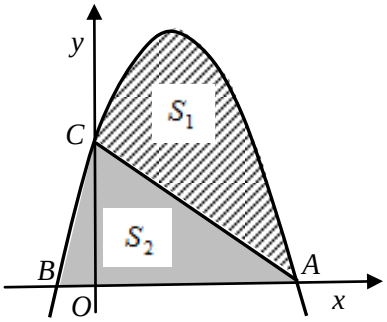
$$S_T=S_1+S_2$$

$$S_T=\left[7\frac{1}{2}\right]+\left[2\frac{2}{3}\right]=10\frac{1}{6}$$

תשובה סופית:

(א) $C(0,8)$ $A(4,0)$ **(ב).** $B(3,5)$ **(ג).** $S=7\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}==10\frac{1}{6}$

שאלה מספר 12: מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר תשע"א2011



הפרבולה $y=-x^2+6x+16$
חותכת את ציר ה – x בנקודות A ו– B
ואת ציר ה– y בנקודה C.

א. חשב את שיעורי הנקודות A , B , C .

ב. חשב את השטח S_1 המוגבל על ידי הפרבולה
ועל ידי הישר AC (השטח המקווקו בציור).

ג. S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הישר AC על ידי הפרבולה
ועל ידי ציר ה – x (השטח האפור בציור) חשב את השטח S_2

פתרון:

א. חשב את שיעורי הנקודות A , B , C .

נקודה C

$y=-x^2+6x+16$

$x=0$

$y=-(0)^2+6(0)+16$

$y=16$

$C(0,16)$

נקודה AB

$y=-x^2+6x+16$

$y=0$

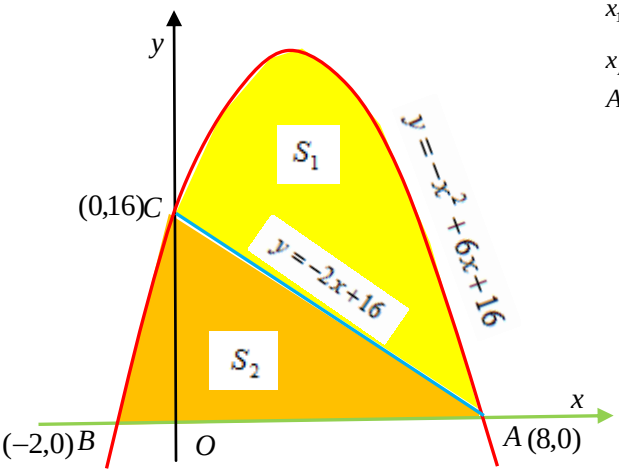
$0=-x^2+6x+16$

$x_{1,2}=\frac{-(6)\pm\sqrt{36-4(-1)(16)}}{2(-1)}$

$x_{1,2}=\frac{-6\pm10}{-2}$

$x_A=8 \quad x_B=-2$

$A(8,0) \quad B(-2,0)$



משוואת AC

$y-y_1=m\cdot(x-x_1)$

$(8,0) \quad m\frac{0-16}{8-0}=-2$

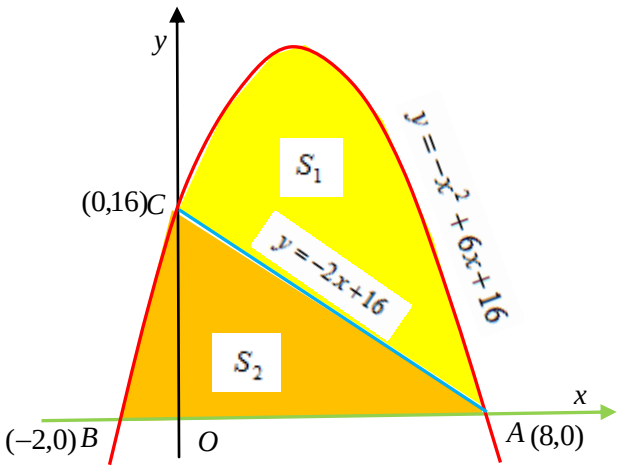
$y-0=-2(x-8)$

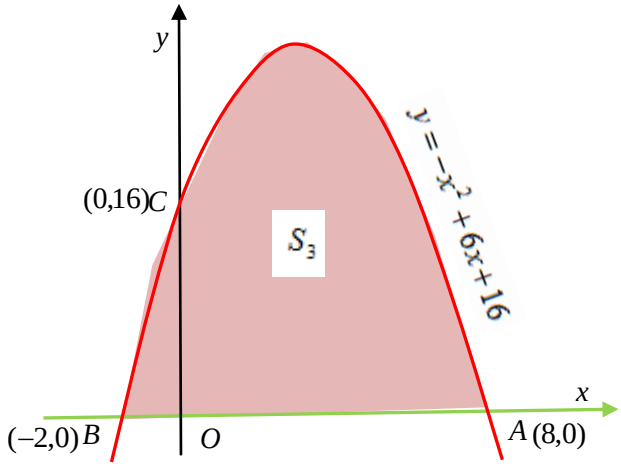
$y=-2x+16$

ב. חשב את השטח S_1 המוגבל על ידי הפרבולה ועל ידי הישר AC (השטח המקווקו בציור).

ג. S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הישר AC על ידי הפרבולה ועל ידי ציר ה – x

(השטח האפור בציור) חשב את השטח S_2





ג. נגדיר את שטח הפרבולה S_3 כדי לחשב את S_2 נבצע פעולת חיסור שטחים $S_2 = S_3 - S_1$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=-x+6x+16$	x גדול/ימין
$x=-2$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=8$

$$S_3 = \int_{-2}^{8} \left(-x^2+6x+16 \right) - \left(0 \right) dx$$

$$S_3 = \int_{-2}^{8} \left(-x^2+6x+16 \right) dx$$

$$S_3 = \left[\frac{-x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} + 16x \right]_{-2}^{8}$$

$$S_3 = \left[\frac{-(8)^3}{3} + \frac{6(8)^2}{2} + 16(8) \right] - \left[\frac{-(-2)^3}{3} + \frac{6(-2)^2}{2} + 16(-2) \right]$$

$$S_3 = \left[149\frac{1}{3} \right] - \left[-17\frac{1}{3} \right]$$

$$S_3 = \left[166\frac{2}{3} \right]$$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=-x+6x+16$	x גדול/ימין
$x=0$	פונקציה תחתונה $y=-2x+16$	$x=8$

$$S_1 = \int_{0}^{8} \left(-x^2+6x+16 \right) - \left(-2x+16 \right) dx$$

$$S_1 = \int_{0}^{8} \left(-x^2+6x+16+2x-16 \right) dx$$

$$S_1 = \int_{0}^{8} \left(-x^2+8x \right) dx$$

$$S_1 = \left[\frac{-x^3}{3} + \frac{8x^2}{2} \right]_{0}^{8}$$

$$S_1 = \left[\frac{-(8)^3}{3} + \frac{8(8)^2}{2} \right] - \left[\frac{-(0)^3}{3} + \frac{8(0)^2}{2} \right]$$

$$S_1 = \left[85\frac{1}{3} \right] - \left[0 \right]$$

$$S_1 = \left[85\frac{1}{3} \right]$$

$$S_2 = S_3 - S_1$$

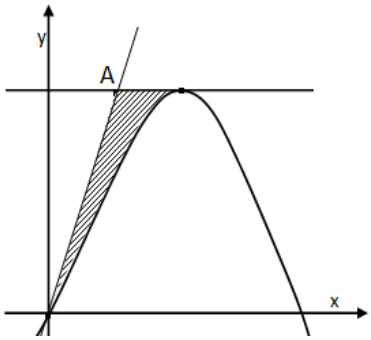
$$S_2 = \left[166\frac{2}{3} \right] - \left[85\frac{1}{3} \right] = 81\frac{1}{3}$$

תשובה סופית:

(א) $C(0,16)$ $B(-2,0)$ $A(8,0)$ **(ב)** $S_1 = 85\frac{1}{3}$ **(ג)** $S_2 = 64 + 17\frac{1}{3} = 81\frac{1}{3}$

שאלה מספר 13: מבחן בגרות 35003מועד גנוז קיץ תשע"א 2011

נתונה פרבולה שמשוואתה $f(x)=4x-x^2$ מעבירים שני ישרים.
ישר אחד משיק לפרבולה בנקודת המקסימום שלה,
וישר אחר משיק לפרבולה בראשית הצירים.
המשיקים נפגשים בנקודה A (ראה ציור)



א. (1) מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפרבולה.
(2) מצא את משוואת המשיק לפרבולה בנקודת המקסימום.
ב. מצא את משוואת המשיק לפרבולה בראשית הצירים.
ג. (1) מצא את השיעורים של הנקודה A.
(2) חשב את השטח המוגבל על ידי שני המשיקים
ועל ידי הפרבולה (השטח האפור שבציור)

פתרון:

א. (1) מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפרבולה.
(2) מצא את משוואת המשיק לפרבולה בנקודת המקסימום

נגזרת שנייה
Max/min
$f''(x)=-2 \cap \max$

נקודת הקיצון
$(2,4) \cap \max$

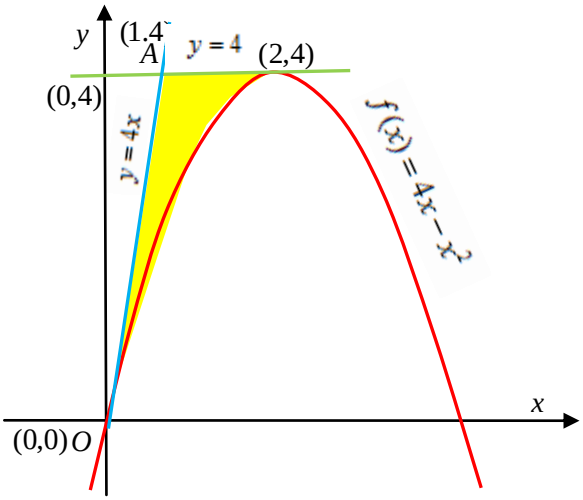
נגזרת ראשונה
m=0
$f'(x)=4-2x$
$f'(x)=0$
$0=4-2x$
$2x=4$
$x=2$

פונקציה
y=?
$f(x)=4x-x^2$
$f(2)=4(2)-(2)^2$
$(2,4)$

משיק למקסימום
$y-y_1=m\cdot(x-x_1)$
$(2,4) \quad m=0$
$y-4=0(x-2)$
$y=4$

ב. מצא את משוואת המשיק לפרבולה בראשית הצירים.

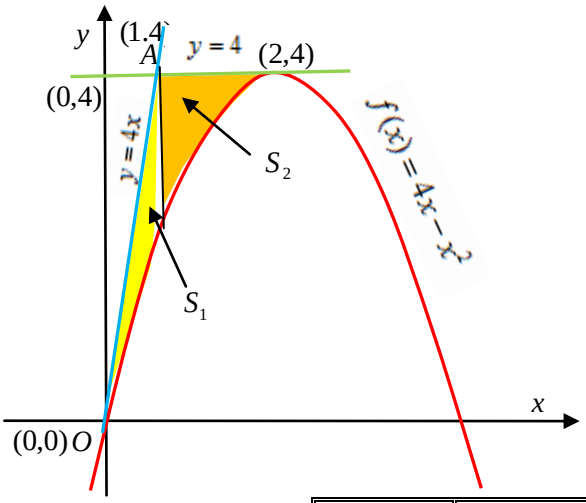
משיק לראשית הצירים
$y-y_1=m\cdot(x-x_1)$
$(0,0) \quad m=f'(0)=4-2(0)=4$
$y-0=4(x-0)$
$y=4x$



ג. (1) מצא את השיעורים של הנקודה A.

נקודות A
$y=y$
$4x=4$
$x=1$
$A(1,4)$

ג. (2) חשב את השטח המוגבל על ידי שני המשיקים ועל ידי הפרבולה (השטח האפור שבציור)



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=4$	x גדול/ימין
$x=1$	פונקציה תחתונה $y=4x-x^2$	$x=2$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=4x$	x גדול/ימין
$x=0$	פונקציה תחתונה $y=4x-x^2$	$x=1$

$$S_2=\int_1^2 (\ 4\ )-(\ 4x-x^2\ )dx$$

$$S_2=\int_1^2 (\ 4-4x+x^2\ )dx$$

$$S_2=\int_1^2 (\ x^2-4x+4\ )dx$$

$$S_2=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+4x\right]_1^2$$

$$S_2=\left[\frac{(2)^3}{3}-\frac{4(2)^2}{2}+4(2)\right]-\left[\frac{(1)^3}{3}-\frac{4(1)^2}{2}+4(1)\right]$$

$$S_2=\left[\ 2\frac{2}{3}\ \right]-\left[\ 2\frac{1}{3}\ \right]$$

$$S_2=\left[\ \frac{1}{3}\ \right]$$

$$S_1=\int_0^1 (\ 4x\ )-(\ 4x-x^2\ )dx$$

$$S_1=\int_0^1 (\ 4x-4x+x^2\ )dx$$

$$S_1=\int_0^1 (\ x^2\ )dx$$

$$S_1=\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1$$

$$S_1=\left[\frac{(1)^3}{3}\right]-\left[\frac{(0)^3}{3}\right]$$

$$S_1=\left[\ \frac{1}{3}\ \right]$$

$$S_T=S_1-S_2$$

$$S_2=\left[\ \frac{1}{3}\ \right]+\left[\ \frac{1}{3}\ \right]=\frac{2}{3}$$

<u>תשובה סופית</u> :

(א1). $(2,4)\cap\max$ **(א2).** $y=4$ **(ב).** $y=4x$ **(ג1).** $A(1,4)$ **(ג2).**

$$S=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

<u>שאלה מספר 14:</u> מבחן בגרות 35003 מועד גנוז קיץ 2011

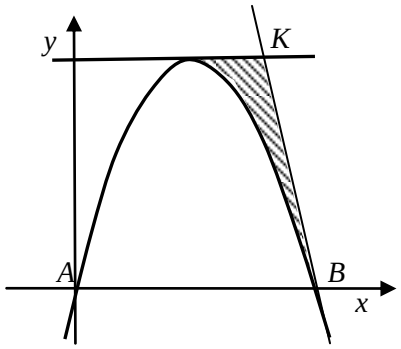
גרף הפרבולה שמשוואתה $f(x)=4x-x^2$

חותך את ציר ה x בשתי נקודות A ו- B. מעבירים שני ישרים.

ישר אחד משיק לפרבולה בנקודת המקסימום שלה,

וישר אחר משיק לפרבולה בנקודה B.

המשיקים נפגשים בנקודה k (ראה ציור)



א. (1) מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפרבולה.

(2) מצא את משוואת המשיק לפרבולה בנקודת המקסימום.

ב. מצא את משוואת המשיק לפרבולה בנקודה B.

ג. (1) מצא את השיעורים של הנקודה k.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי שני המשיקים ועל ידי הפרבולה (השטח האפור שבציור)

<u>תשובה סופית :</u>

(א1. $(2,4)\cap \max$ **(א2.** $y=4$ **(ב.** $y=-4x+16$

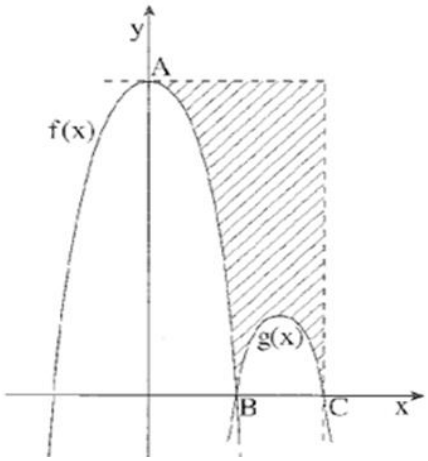
(ג1. $k(3,4)$ **(ג2.** $S=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

שאלה מספר 15. מבחן בגרות 35803 מועד חצב/ ברק תש"ע 2010

בציור שלפניך נתונים שני הגרפים של שתי הפונקציות:

$$f(x)=-x^2+16$$

$$g(x)=-x^2+12x-32$$



(א)(1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה – x (הנקודות B,C.)

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה – y. (הנקודה A.)

(ב). דרך הקדקוד A העבירו ישר המקביל לציר ה x ודרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה – y כמתואר בציור. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישרים המקבילים לצירים (השטח המקווקו) .

פתרון:

(א1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה – x (הנקודות B,C.)

נקודות BC

$g(x)=-x^2+12x-32$

$y=0$

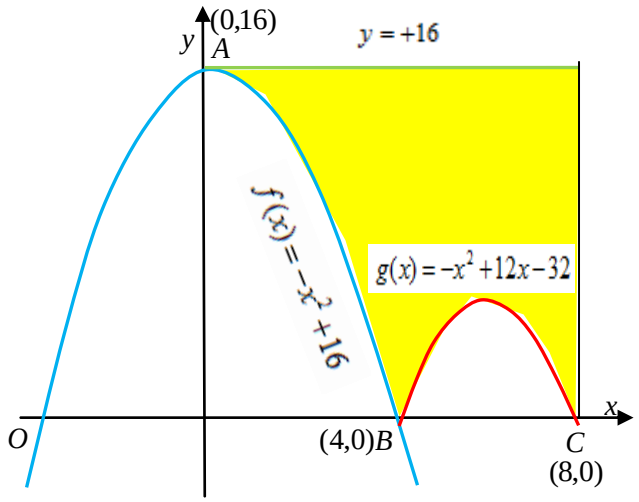
$0=-x^2+12x-32$

$x_{1,2}=\frac{-(12)\pm\sqrt{144-4(-1)(-32)}}{2(-1)}$

$x_{1,2}=\frac{-12\pm 4}{-2}$

$x_B=4 \quad x_B=8$

$B(4,0) \quad C(8,0)$



(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה y. (הנקודה A.)

נקודה A

$f(x)=-x^2+16$

$x=0$

$y=-(0)^2+16$

$y=16$

$A(0,16)$

משוואת המקביל לציר ה x

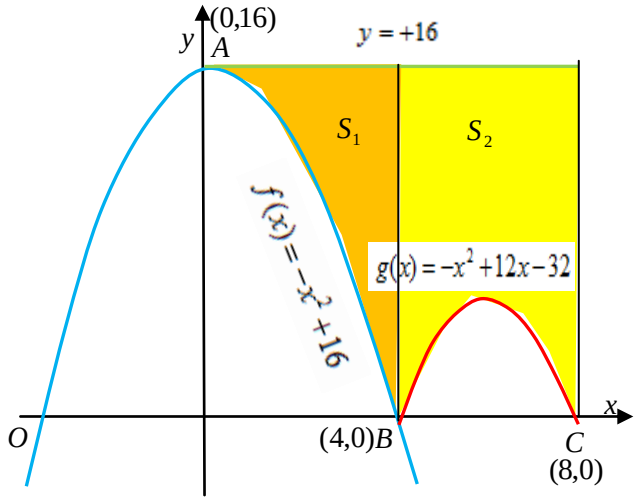
$y-y_1=m\cdot(x-x_1)$

$(0,16) \quad m=0$

$y-16=0(x-0)$

$y=+16$

(ב). דרך הקדקוד A העבירו ישר המקביל לציר ה x ודרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה – y כמתואר בציור. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישרים המקבילים לצירים (השטח המקווקו) .



x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=16$	x קטן/שמאל
$x=4$	פונקציה תחתונה $y=-x^2+12x-32$	$x=8$

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=16$	x קטן/שמאל
$x=4$	פונקציה תחתונה $y=-x^2+16$	$x=0$

$$S_2=\int_4^8 (\ 16\ )-(\ -x^2+12x-32\ )dx$$
$$S_2=\int_4^8 (\ 16+x^2-12x+32\ )dx$$
$$S_2=\int_4^8 (\ x^2-12x+48\ )dx$$
$$S_2=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{12x^2}{2}+48x\right]_4^8$$
$$S_2=\left[\frac{(8)^3}{3}-\frac{12(8)^2}{2}+48(8)\right]-\left[\frac{(4)^3}{3}-\frac{12(4)^2}{2}+48(4)\right]$$
$$S_2=\left[\ 170\frac{2}{3}\ \right]-\left[\ 117\frac{1}{3}\ \right]$$
$$S_2=\left[\ 53\frac{1}{3}\ \right]$$

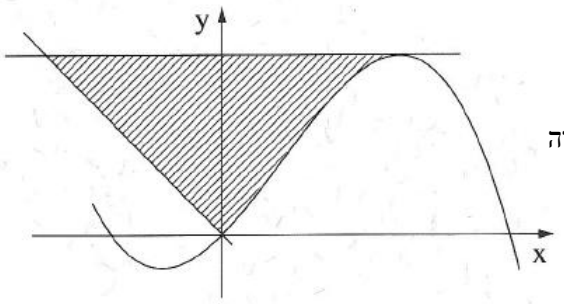
$$S_1=\int_0^4 (\ 16\ )-(\ -x^2+16\ )dx$$
$$S_1=\int_0^4 (\ 16+x^2-16\ )dx$$
$$S_1=\int_0^4 (\ x^2\ )dx$$
$$S_1=\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1$$
$$S_1=\left[\frac{(4)^3}{3}\right]-\left[\frac{(0)^3}{3}\right]$$
$$S_1=\left[\ 21\frac{1}{3}\ \right]+\left[\ 0\ \right]$$
$$S_1=\left[\ 21\frac{1}{3}\ \right]$$

$$S_T=S_1-S_2$$
$$S_2=\left[\ 21\frac{1}{3}\ \right]+\left[\ 53\frac{1}{3}\ \right]=74\frac{2}{3}$$

תשובה סופית:

(א1) $C(8,0)$ $B(4,0)$ **(א2)** $A(0,16)$ **(ב).** $S=53\frac{1}{3}+21\frac{1}{3}=74\frac{2}{3}$

שאלה מספר 16: מבחן בגרות 35803 מועד חצב / ברק תשע"ב 2012



נתונה הפונקציה : $f(x) = -x^3 + x^2 + x$

(א). מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה ,
וקבע את סוגן (ענה בלי להסתמך על הגרף)

(ב). מנקודת המקסימום של הפונקציה העבירו משיק לגרף הפונקציה

(1) רשום את משוואת המשיק .

(2) מצא את השטח המוגבל על ידי המשיק,
על ידי בישר $y = -x$ ועל ידי גרף הפונקציה
(השטח המקווקו בציור)

פתרון:

(א). מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה , וקבע את סוגן (ענה בלי להסתמך על הגרף)

נגזרת שנייה
Max/min

$f''(x) = -6x + 2$

$f'(1) = -6(-) + 2 = -4 \cap \max$

$f'(\frac{2}{3}) = -6(-\frac{1}{3}) + 2 = +4 \cup \min$

נגזרת ראשונה
m=0

$f'(x) = -3x^2 + 2x + 1$

$f'(x) = 0$

$0 = -3x^2 - 2x + 1$

$x_{1,2} = \frac{-(2) \pm \sqrt{4 - 4(-3)(1)}}{2(-3)}$

$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{-6}$

$x_1 = 1 \quad x_2 = -\frac{1}{3}$

פונקציה
y=?

$f(x) = -x^3 + x^2 + x$

$f(1) = -(1)^3 + (1)^2 + (1)$

$A(1,1)$

$f(-\frac{1}{3}) = -(-\frac{1}{3})^3 + (-\frac{1}{3})^2 + (-\frac{1}{3})$

$B(-\frac{1}{3}, -\frac{5}{27})$

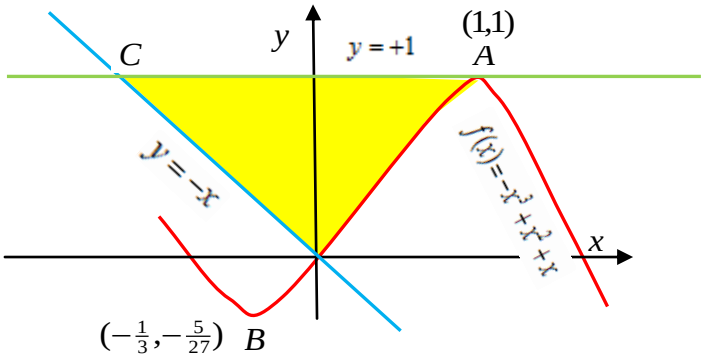
נקודת הקיצון

$(1,1) \cap \max$

$(-\frac{1}{3}, -\frac{5}{27}) \cup \min$

(ב). מנקודת המקסימום של הפונקציה העבירו משיק לגרף הפונקציה

(1) רשום את משוואת המשיק .



משוואת המשיק

$y - y_1 = m \cdot (x - x_1)$

$(1,1) \quad m = 0$

$y - 1 = 0(x - 1)$

$y = +1$

נקודה C

$y = y$

$y = -x$

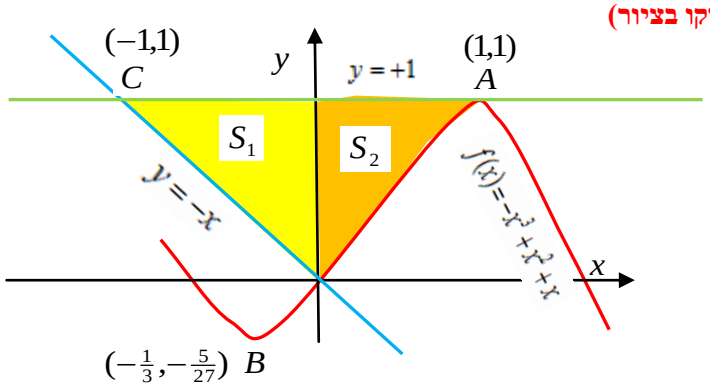
$y = 1$

$-x = 1$

$x = -1$

$C(-1,1)$

(ב2) מצא את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי בישר $y=-x$ ועל ידי גרף הפונקציה
(השטח המקווקו בציור)



x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=1$	x גדול/ימין
$x=0$	פונקציה תחתונה $y=-x^3+x^2+x$	$x=1$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y=1$	x גדול/ימין
$x=-1$	פונקציה תחתונה $y=-x$	$x=0$

$$S_2=\int_0^1 (\ 1\ )-(\ -x^3+x^2+x\ )dx$$
$$S_2=\int_0^1 (\ 1+x^3-x^2-x\ )dx$$
$$S_2=\left[1x+\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right]_0^1$$
$$S_2=\left[1(1)+\frac{(1)^4}{4}-\frac{(1)^3}{3}-\frac{(1)^2}{2}\right]-\left[1(0)+\frac{(0)^4}{4}-\frac{(0)^3}{3}-\frac{(0)^2}{2}\right]$$
$$S_2=\left[\ \frac{5}{12}\ \right]-\left[\ 0\ \right]$$
$$S_2=\left[\ \frac{5}{12}\ \right]$$

$$S_1=\int_{-1}^0 (\ 1\ )-(\ -x\ )dx$$
$$S_1=\int_{-1}^0 (\ 1+x\ )dx$$
$$S_1=\left[1x+\frac{x^2}{2}\right]_{-1}^0$$
$$S_1=\left[1(0)+\frac{(0)^2}{2}\right]-\left[1(-1)+\frac{(-1)^2}{2}\right]$$
$$S_1=\left[\ 0\ \right]-\left[\ -\frac{1}{2}\ \right]$$
$$S_1=\left[\ \frac{1}{2}\ \right]$$

$$S_T=S_1-S_2$$
$$S_2=\left[\ \frac{1}{2}\ \right]+\left[\ \frac{5}{12}\ \right]=\frac{11}{12}$$

<u>תשובה סופית:</u>

(א) $(1,1)\cap\max$ $\quad(-\frac{1}{3},-\frac{5}{27})\cup\min$ **(ב1).** $y=1$ **(ב2).** $S=\frac{1}{2}+\frac{5}{12}=\frac{11}{12}$

שאלה מספר 17: מבחן בגרות 35003 מועד מרץ תשס"ט 2009

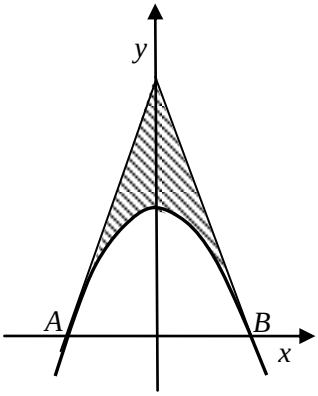
הפרבולה $g(x)=1-4x^2$ חותכת את ציר ה – x בנקודות A ו- B. ראה ציור.

(א). מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

(ב). (1) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

(2) מצא את משוואת המשיק בנקודה B.

(ג). חשב את שטח המוגבל על ידי גרף הפרבולה ועל ידי שני המשיקים (השטח המקווקו בציור).



פתרון:

(א). מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

נקודות AB

$g(x)=1-4x^2$

$y=0$

$0=1-4x^2$

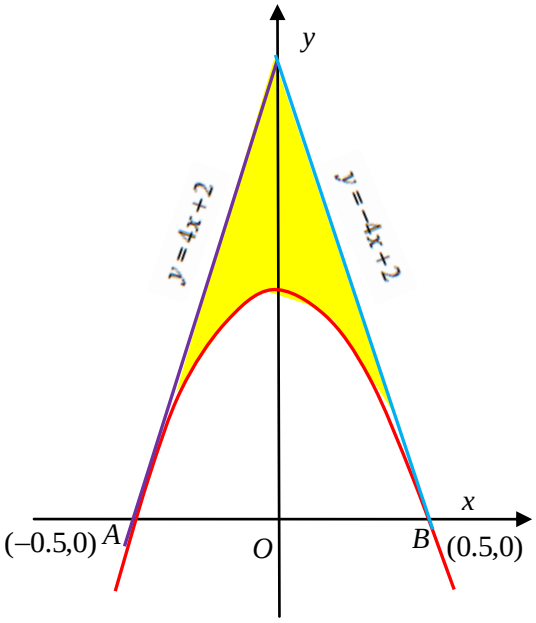
$1=4x^2 \quad x^2=0.25$

$x_{1,2}=\pm\sqrt{0.25}$

$A(-0.5,0) \quad B(0.5,0)$

(ב). (1) מצא את משוואת המשיק בנקודה A.

(2) מצא את משוואת המשיק בנקודה B.



משיק לנקודה A

$f'(x)=m=-8x$

$m=-8(-0.5)=4$

$y-y_1=m\cdot(x-x_1)$

$(0.5,0) \quad m=4$

$y-0=4(x+0.5)$

$y=4x+2$

משיק לנקודה B

$f'(x)=m=-8x$

$m=-8(0.5)=-4$

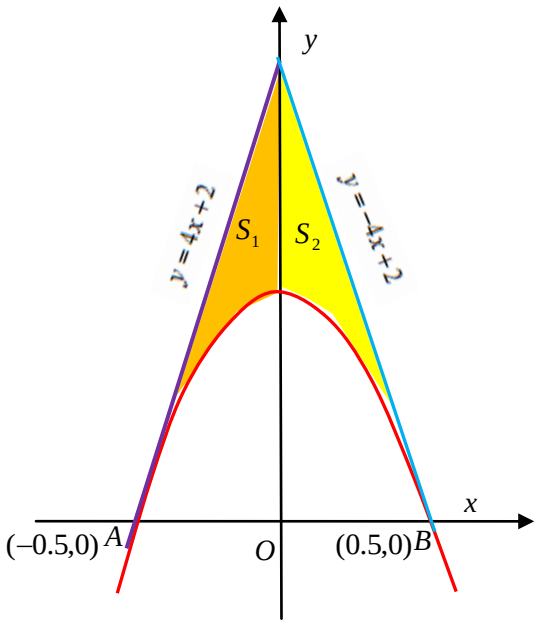
$y-y_1=m\cdot(x-x_1)$

$(0.5,0) \quad m=-4$

$y-0=-4(x-0.5)$

$y=-4x+2$

(ג). חשב את שטח המוגבל על ידי גרף הפרבולה ועל ידי שני המשיקים (השטח המקווקו בציור).



x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=-4x+2$	x קטן/שמאל
$x=0.5$	פונקציה תחתונה $g=1-4x^2$	$x=0$

$$S_2=\int_0^{0.5}(-4x+2)-(1-4x^2)dx$$
$$S_2=\int_{-1}^{0.5}(-4x+2-1+4x^2)dx$$
$$S_2=\int_{-1}^{0.5}(4x^2-4x+1)dx$$
$$S_2=\left[\frac{4x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+1x\right]_0^{0.5}$$
$$S_2=\left[\frac{4(0.5)^3}{3}-\frac{4(0.5)^2}{2}+1(0.5)\right]-\left[\frac{4(0)^3}{3}-\frac{4(0)^2}{2}+1(0)\right]$$
$$S_2=\left[\frac{1}{6}\right]-\left[0\right]=\frac{1}{6}$$

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=4x+2$	x קטן/שמאל
$x=0$	פונקציה תחתונה $y=1-4x^2$	$x=-0.5$

$$S_1=\int_{-0.5}^{0}(4x+2)-(1-4x^2)dx$$
$$S_1=\int_{-0.5}^{0}(4x+2-1+4x^2)dx$$
$$S_1=\int_{-0.5}^{0}(4x^2+4x+1)dx$$
$$S_1=\left[\frac{4x^3}{3}+\frac{4x^2}{2}+1x\right]_{-0.5}^{0}$$
$$S_1=\left[\frac{4(0)^3}{3}+\frac{4(0)^2}{2}+1(0)\right]-\left[\frac{4(-0.5)^3}{3}+\frac{4(-0.5)^2}{2}+1(-0.5)\right]$$
$$S_1=\left[0\right]-\left[-\frac{1}{6}\right]=\frac{1}{6}$$

$$S_T=S_1-S_2$$
$$S_2=\left[\frac{1}{6}\right]+\left[\frac{1}{6}\right]=\frac{1}{3}$$

תשובה סופית:

(א). $B(\frac{1}{2},0)$ $A(-\frac{1}{2},0)$ **(ב1)** $y=4x+2$

(ב2). $y=-4x+2$ **(ג)** $S=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$

שאלה מספר 18: מבחן בגרות 35803 מועד ב' קיץ תש"ע 2010

נתונה הפרבולה $f(x)=x^2+4$

מנקודה B , הנמצאת על הפרבולה ברביע הראשון.

העבירו אנך BC לציר ה– x. ואנך BA לציר ה– y.

שיעורי הנקודה A הם (0, 5) (ראה ציור)

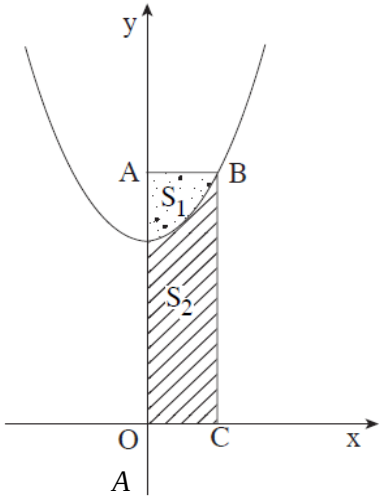
(א). מצא את משוואת הישר AB.

(ב). מצא את שעורי הנקודה B.

(ג). הפרבולה מחלקת את שטח המלבן ABCO.

(O ראשית הצירים) לשני שטחים S_1 השטח המנוקד בציור .

S_2 השטח המקווקו בציור **חשב את היחס** $\frac{S_1}{S_2}$



פתרון:

(א). מצא את משוואת הישר AB.

משוואת AB

$m=0$ מקביל לציר x

$m=0$ (0,5)

$y-5=0(x-0)$

$y=5$

(ב). מצא את שעורי הנקודה B.

נקודה B

$y=x^2+4$

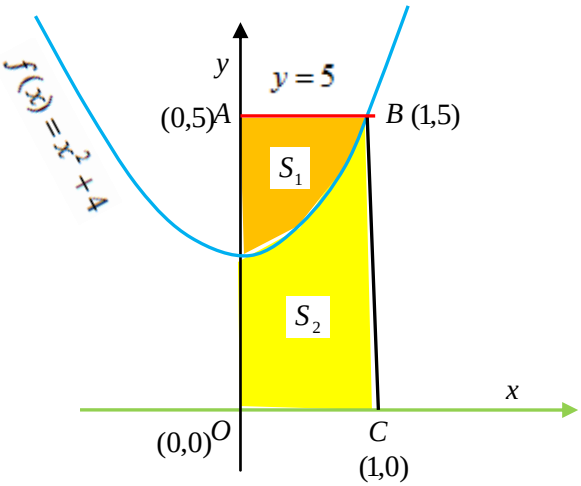
$y=5$

$5=x^2+4$

$x^2=1$

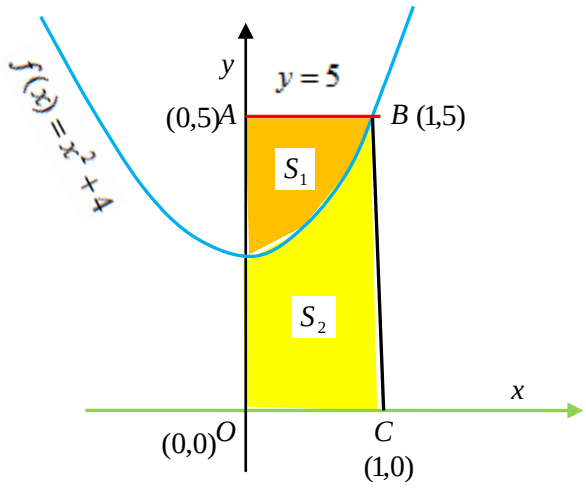
$x=\sqrt{1}=\pm 1$

$B(1,5)$



(ג). הפרבולה מחלקת את שטח המלבן ABCO. (O ראשית הצירים) לשני שטחים
S_1 השטח המנוקד בציור . S_2 השטח המקווקו בציור .

חשב את היחס $\frac{S_1}{S_2}$



x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=x^2+4$	x קטן/שמאל
$x=1$	פונקציה תחתונה $y=0$	$x=0$

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=5$	x קטן/שמאל
$x=1$	פונקציה תחתונה $f(x)=x^2+4$	$x=0$

$$S_2=\int_0^1 (\ x^2+4\ )-(\ 0\ )dx$$
$$S_2=\int_0^1 (\ x^2+4\ )dx$$
$$S_2=\left[\frac{x^3}{3}+4x\right]_0^1$$
$$S_2=\left[\frac{(1)^3}{3}+4(1)\right]-\left[\frac{(0)^3}{3}+4(0)\right]$$
$$S_2=\left[\ 4\frac{1}{3}\ \right]-\left[\ 0\ \right]=4\frac{1}{3}$$

$$S_1=\int_0^1 (\ 5\ )-(\ x^2+4\ )dx$$
$$S_1=\int_0^1 (\ 5-x^2-4\ )dx$$
$$S_1=\int_0^1 (\ -x^2+1\ )dx$$
$$S_1=\left[\frac{-x^3}{3}+1x\right]_0^1$$
$$S_1=\left[-\frac{(1)^3}{3}+1(1)\right]-\left[-\frac{(0)^3}{3}+1(0)\right]$$
$$S_1=\left[\ \frac{2}{3}\ \right]-\left[\ 0\ \right]=\frac{2}{3}$$

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{2}{3}}{4\frac{1}{3}}=\frac{2}{13}$$

תשובה סופית :

(א). $y_{AB}=5$ **(ב).** $B\ (1,5)$ **(ג).** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{2}{3}}{4\frac{1}{3}}=\frac{2}{13}$

שאלה מספר 19: מבחן בגרות 35003 מועד ב' קיץ תש"ע 2010

נתונה הפרבולה $f(x)=x^2+4$

הנקודה A ששיעור ה– x שלה הוא 1, נמצאת על הפרבולה.

דרך נקודה A העבירו משיק לפרבולה ,

וישר נוסף שהשיפוע שלו הוא -1 , (ראה ציור)

א. מצא את (1) משוואת המשיק.

(2) משוואת הישר הנוסף.

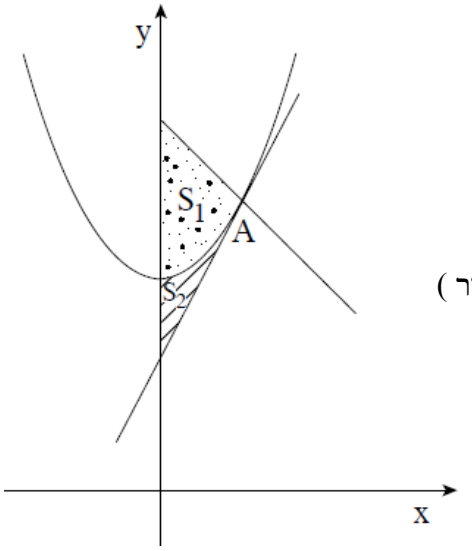
ב. S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הפרבולה

על ידי הישר הנוסף ועל ידי ציר ה- y (השטח המנוקד בציור)

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הפרבולה

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בציור)

חשב את היחס $\frac{S_1}{S_2}$



פתרון:

(א1). מצא את משוואת המשיק.

משיק לנקודה A

$f'(x)=m=2x$

$m=2(1)=2$

$y-y_1=m\cdot(x-x_1)$

$(1,5)\quad m=2$

$y-5=2(x-1)$

$y=2x-2+5$

$y=2x+3$

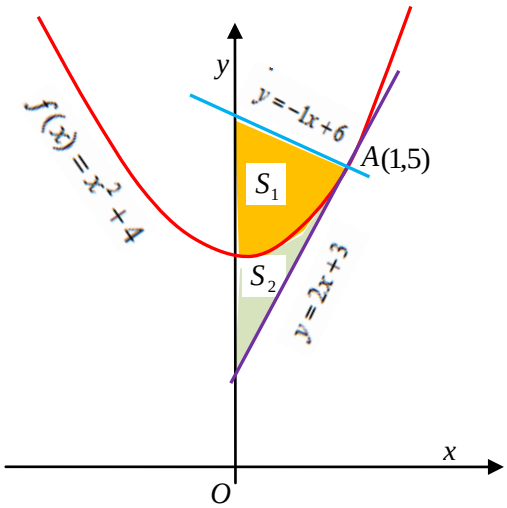
נקודה A

$y=x^2+4$

$x=1$

$y=(1)^2+4=5$

$A(1,5)$



(א2). מצא את משוואת הישר הנוסף.

משוואת הישר הנוסף

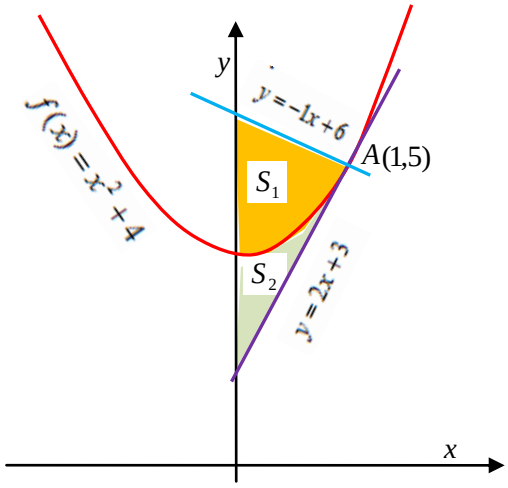
$(1,5)\quad m=-1$

$y-5=-1(x-1)$

$y=-1x+1+5$

$y=-1x+6$

(ב). S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הפרבולה על ידי הישר הנוסף ועל ידי ציר ה- y
(השטח המנוקד בציור) S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הפרבולה על ידי המשיק ועל ידי ציר
ה- y (השטח המקווקו בציור) חשב את היחס $\frac{S_1}{S_2}$



x גדול/ימין	פונקציה עליונה $f(x)=x^2+4$	x קטן/שמאל
$x=1$	פונקציה תחתונה $y=2x+3$	$x=0$

x גדול/ימין	פונקציה עליונה $y=-1x+6$	x קטן/שמאל
$x=1$	פונקציה תחתונה $f(x)=x^2+4$	$x=0$

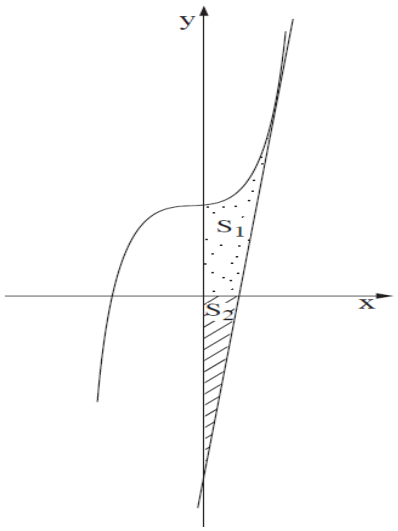
$$S_2=\int_0^1 (\ x^2+4\ )-(\ 2x+3\ )dx$$
$$S_2=\int_0^1 (\ x^2+4-2x-3)dx$$
$$S_2=\int_0^1 (\ x^2-2x+1)dx$$
$$S_2=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{2x^2}{2}+1x\right]_0^1$$
$$S_2=\left[\frac{(1)^3}{3}-\frac{2(1)^2}{2}+1(1)\right]-\left[\frac{(0)^3}{3}-\frac{2(0)^2}{2}+1(0)\right]$$
$$S_2=\left[\ \frac{1}{3}\ \right]-\left[\ 0\ \right]=\frac{1}{3}$$
$$S_2=\frac{1}{3}$$

$$S_1=\int_0^1 (\ -1x+6\ )-(\ x^2+4\ )dx$$
$$S_1=\int_0^1 (\ -1x+6-x^2-4\ )dx$$
$$S_1=\int_0^1 (\ -x^2-1x+2\ )dx$$
$$S_1=\left[\frac{-x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right]_0^1$$
$$S_1=\left[-\frac{(1)^3}{3}-\frac{(1)^2}{2}+2(1)\right]-\left[-\frac{(0)^3}{3}-\frac{(0)^2}{2}+2(0)\right]$$
$$S_1=\left[\ 1\frac{1}{6}\ \right]-\left[\ 0\ \right]=1\frac{1}{6}$$
$$S_1=1\frac{1}{6}$$

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{1\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}}=3\frac{1}{2}$$

תשובה סופית :

(א1). $y=2x+3$ **(א2),** $y=-x+6$ **(ב).** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1\frac{1}{6}}{\frac{1}{3}}=3\frac{1}{2}$



שאלה מספר 20: מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשע"ב 2012

בציור שלפניך מוצג גרף הפונקציה $f(x)=x^3+4$

בנקודה שבה x = 2 העבירו משיק לגרף הפונקציה.

א. (1) מצא את משוואת המשיק.

(2) מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה – x.

ב. נסמן ב - S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה,

המשיק (שאת משוואתו מצאת בסעיף א) ציר ה- x וציר ה – y.

נסמן ב - S_2 את השטח המוגבל על ידי המשיק , ציר ה – x

וציר ה- y (השטח המקווקו בציור)

הראה כי $S_1=S_2$.

פתרון:

א. (1) מצא את משוואת המשיק.

(2) מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה – x.

נקודה A

$y=x^3+4$

$x=2$

$y=(2)^3+4=12$

$A(2,12)$

משיק לנקודה A

$f'(x)=m=3x^2$

$m=3(2)^2=12$

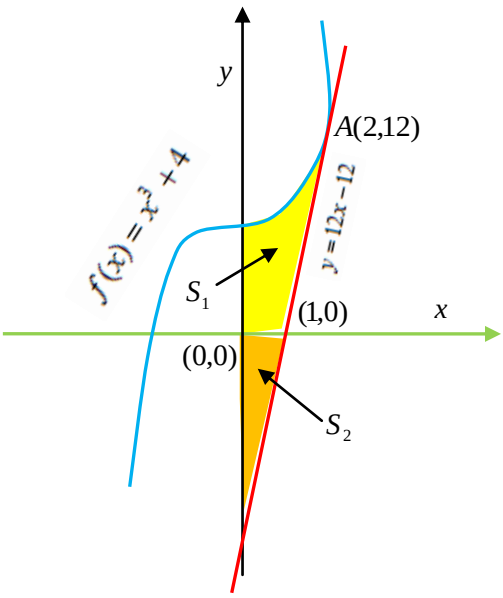
$y-y_1=m\cdot(x-x_1)$

$(2,12)\quad m=12$

$y-12=12(x-2)$

$y=12x-24+12$

$y=12x-12$



חיתוך המשיק עם צי ה x

$y=12x-12$

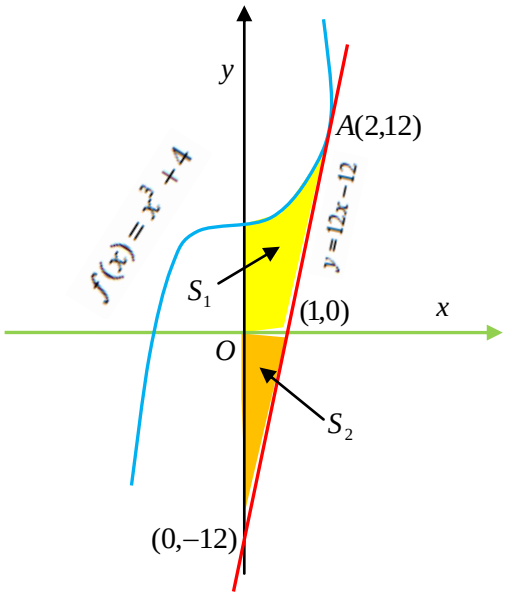
$y=0$

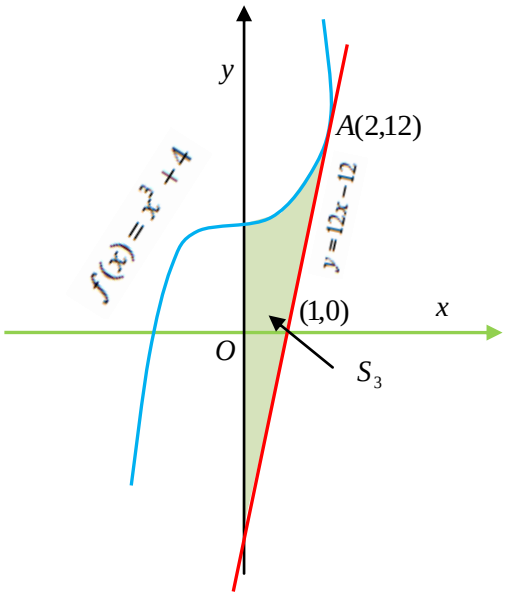
$0=12x-12$

$12x=12\quad x=1$

$(1,0)$

ב. נסמן ב - S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המשיק (שאת משוואתו מצאת בסעיף א) ציר ה- x וציר ה – y.נסמן ב - S_2 את השטח המוגבל על ידי המשיק , ציר ה – x וציר ה- y (השטח המקווקו בציור) הראה כי $S_1 = S_2$.





נגדיר ב S_3 את כל השטח המוגבל על ידי הפונקציה המשיק וציר ה- y והוא כולל את שני השטחים

$S_3 = S_1 + S_2$

x קטן/שמאל	פונקציה עליונה $y = x^3 + 4$	x גדול/ימין
$x = 0$	פונקציה תחתונה $f(x) = 12x - 12$	$x = 2$

$$S_3 = \int_0^2 (\ x^3 + 4\ ) - (\ 12x - 12\ )dx$$

$$S_3 = \int_0^2 (\ x^3 + 4 - 12x + 12\ )dx$$

$$S_3 = \int_0^2 (\ x^3 - 12x + 16\ )dx$$

$$S_3 = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{12x^2}{2} + 16x\right]_0^2$$

$$S_3 = \left[\frac{(2)^4}{4} - \frac{12(2)^2}{2} + 16(2)\right] - \left[\frac{(0)^4}{4} - \frac{12(0)^2}{2} + 16(0)\right]$$

$$S_3 = [\ 12\ ] - [\ 0\ ] = 12$$

$$S_3 = 12$$

<u>מציאת שטח S_2</u>

$$S_2 = \frac{1 \cdot 12}{2} = 6$$

<u>מציאת שטח S_1</u>

$$S_1 = S_3 - S_1 = 12 - 6 = 6$$

<u>תשובה סופית</u> :

(א1) $y = 12x - 12$ **(א)** $(1,0)$ **(ב)** $S_1 = S_2 = 6$