

יחידה שלישית : 35803

חלק 1א'	חקירת פונקציה: פונקציה מסוג פולינום, אחד חלקי איקס, שורש
חלק 1א'	משוואת משיק פונקציה מסוג פולינום, אחד חלקי איקס, שורש
חלק 2	אינטגרל : פונקציה קדומה ומציאת שטח פונקציה של פולינום בלבד
חלק 3א'	גיאומטריה אנליטית: מאונך מקביל
חלק 3ב'	גיאומטריה אנליטית: מעגל
חלק 4	בעיות קיצון : - פתרונות פונקציה מסוג פולינום, אחד חלקי איקס, שורש
חלק 5	בעיות מילוליות: תנועה, קנייה ומכירה,

כתב וערך: יוסי דהן

1. משוואות ומספרים:**שאלה מספר 1:** מבחן בגרות 35003 מועד ב' קיץ תש"ע 2010

- מבין כל שני מספרים x ו- y (הגדולים מאפס) המקיימים $x + y = 24$
- (א) מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שמכפלת אחד מהם בריבוע של האחר תהיה מקסימלית?
- (ב) מהי המכפלה המקסימלית (של אחד המספרים בריבוע של האחר)?

פתרון:**1. משפט המטרה:** שני המספרים, כדי שמכפלת אחד מהם בריבוע של האחר תהיה מקסימלית**2. נוסחת המטרה:** $p = x^2 \cdot y \Rightarrow \max$ **3. נוסחת עזר:** $x + y = 24 \Rightarrow y = 24 - x$ **4. פונקציית המטרה:** $p = x^2 \cdot y \Rightarrow \max$

$$p = x^2 \cdot (24 - x)$$

$$p = 24x^2 - x^3$$

הפונקציה

$$p = 24x^2 - x^3$$

$$x = 16$$

$$p = 24(16)^2 - (16)^3$$

$$p = 2048$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 48x - 3x^2$$

$$p' = 0$$

$$0 = 48x - 3x^2$$

$$0 = x \cdot (48 - 3x)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 16$$

נגזרת שנייה

$$p'' = 48 - 6x$$

$$p''(x=0) = 48 - 6(0) = +48 \cup \min$$

$$p''(x=16) = 48 - 6(16) = -48 \cap \max$$

המספר השני : $y = 24 - x$

$$x = 16$$

$$y = 24 - (16)$$

$$y = 8$$

המספר הראשון: $x = 16$ **ריכוז התשובות**

$$x = 16 \quad \max$$

$$y = 8$$

$$p = 2048$$

תשובה סופית :(א) מספר אחד : 8 מספר שני: 16 (ב) $p = 2,048 \max$ **שאלה מספר 2:** מבחן בגרות 35803 מועד ב' קיץ תשס"ט 2009

פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ – יוסי דהן"

בכתובת : <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

- מבין כל שני מספרים x ו- y (הגדולים מאפס) המקיימים $x + y = 10$
- (א) מצא מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שסכום הריבועים שלהם יהיה מינימלי.
- (ב) מצא את סכום הריבועים המינימלי של שני המספרים.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שני המספרים, כדי שסכום הריבועים שלהם יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = x^2 + y^2 \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x$

4. **פונקציית המטרה** $p = x^2 + y^2 \Rightarrow \min$

$$p = x^2 + (10 - x)^2$$

$$p = x^2 + 100 - 20x + x^2$$

$$p = 2x^2 - 20x + 100$$

הפונקציה

$$p = 2x^2 - 20x + 100$$

$$x = 5$$

$$p = 2(5)^2 - 20(5) + 100$$

$$p = 50$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 4x - 20$$

$$p' = 0$$

$$0 = 4x - 20$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

נגזרת שנייה

$$p'' = +4 \cup \min$$

המספר הראשון: $x = 5$: המספר השני : $y = 10 - x$

$$x = 10$$

$$y = 10 - (5)$$

$$y = 5$$

ריכוז התשובות

$$x = 5 \quad \min$$

$$y = 5$$

$$p = 50$$

תשובה סופית:

(א) . מספר אחד: 5 מספר שני 5 (ב) $p = 50 \min$

שאלה מספר 3: מבחן בגרות 35003 מועד ב' קיץ תשס"ח 2008

מבין כל שני מספרים x ו- y המקיימים $2x + y = 50$

(א) מצא את שני המספרים שסכום ריבועיהם מינימלי

(ב) מהו סכום ריבועיהם מינימלי.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שני המספרים שסכום ריבועיהם מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = x^2 + y^2 \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $2x + y = 50 \Rightarrow y = 50 - 2x$

4. **פונקציית המטרה** $p = x^2 + y^2 \Rightarrow \min$

$$p = x^2 + (50 - 2x)^2$$

$$p = x^2 + 2500 - 200x + 4x^2$$

$$p = 5x^2 - 200x + 2500$$

הפונקציה

$$p = 5x^2 - 200x + 2500$$

$$x = 20$$

$$p = 5(20)^2 - 200(20) + 2500$$

$$p = 500$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 10x - 200$$

$$p' = 0$$

$$0 = 10x - 200$$

$$10x = 200$$

$$x = 20$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = +10 \cup \min$$

המספר השני : $y = 50 - 2x$

$$x = 20$$

$$y = 50 - 2(20)$$

$$y = 10$$

המספר הראשון: $x = 20$

ריכוז התשובות

$$x = 20 \quad \min$$

$$y = 10$$

$$p = 500$$

תשובה סופית:

$$p = 500 \quad \min \quad (ב) \quad x = 20 \quad y = 10 \quad (א)$$

שאלה מספר 4: מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר תשס"ח 2008

מבין כל המספרים x ו- y המקיימים $2x + y = 20$,

(א) מצא את שני המספרים שסכום ריבועיהם הוא מינימלי.

(ב) מהו סכום ריבועיהם מינימלי.

פתרון:

1. משפט המטרה: שני המספרים שסכום ריבועיהם מינימלי

2. נוסחת המטרה: $p = x^2 + y^2 \Rightarrow \min$

3. נוסחת עזר: $2x + y = 20 \Rightarrow y = 20 - 2x$

4. פונקציית המטרה $p = x^2 + y^2 \Rightarrow \min$

$$p = x^2 + (20 - 2x)^2$$

$$p = x^2 + 400 - 80x + 4x^2$$

$$p = 5x^2 - 80x + 400$$

הפונקציה

$$p = 5x^2 - 80x + 400$$

$$x = 8$$

$$p = 5(8)^2 - 80(8) + 400$$

$$p = 80$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 10x - 80$$

$$P' = 0$$

$$0 = 10x - 80$$

$$10x = 80$$

$$x = 8$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P'' = +10 \cup \min$$

המספר הראשון: $x = 8$: המספר השני :

$$y = 20 - 2x$$

$$x = 8$$

$$y = 20 - 2(8)$$

$$y = 4$$

ריכוז התשובות

$$x = 8 \quad \min$$

$$y = 4$$

$$p = 80$$

תשובה סופית:

$$p = 80 \cup \min \quad (ב) \quad x = 8 \quad y = 4 \quad (א)$$

שאלה מספר 5: מבחן בגרות 35803 מועד גנוז קיץ תשע"א 2011.

(א.) מבין כל המספרים החיוביים x ו- y המקיימים $x \cdot y = 75$

מצא את שני המספרים שעבורם הסכום $3x + y$ הוא מינימלי.

(ב.) מצא את הערך המינימלי של סכום זה.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שני המספרים שעבורם הסכום $3x + y$ הוא מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = 3x + y \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $x \cdot y = 75 \Rightarrow y = \frac{75}{x}$

4. **פונקציית המטרה** $p = 3x + y \Rightarrow \min$

$$p = 3x + \frac{75}{x}$$

הפונקציה

$$p = 3x + \frac{75}{x}$$

$$x = 5$$

$$p = 3(5) + \frac{75}{5}$$

$$p = 30$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 3 - \frac{75 \cdot 1}{x^2}$$

$$P' = 0$$

$$0 = 3 - \frac{75}{x^2}$$

$$3 = \frac{75}{x^2}$$

$$3x^2 = 75 / 3$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm \sqrt{25}$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = -5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = + \frac{75 \cdot 2}{x^3} = \frac{150}{x^3}$$

$$P''(+5) = \frac{150}{(+5)^3} = +1.2 \cup \min$$

$$P''(-5) = \frac{150}{(-5)^3} = -1.2 \cap \max$$

ריכוז התשובות

$$x = 5 \quad \min$$

$$y = 15$$

$$p = 30$$

$$y = \frac{75}{x}$$

$$x = 5$$

$$y = \frac{75}{5}$$

$$y = 15$$

המספר השני :

המספר הראשון: $x = 5$

תשובה סופית :

(א.) $x = 5 \quad y = 15$ (ב.) $p = 30 \quad \min$

שאלה מספר 6. מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשע"ג 2013.

- (א). מבין כל זוגות המספרים החיוביים x ו- z המקיימים $x \cdot z = 48$, מצא את זוג המספרים שעבורם הסכום $x + 3z$ הוא מינימלי.
(ב). מהו הסכום המינימלי?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** זוג המספרים שעבורם הסכום $x + 3z$ הוא מינימלי.

2. **נוסחת המטרה:** $p = x + 3z \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $x \cdot z = 48 \Rightarrow z = \frac{48}{x}$

4. **פונקציית המטרה** $p = x + 3z \Rightarrow \min$

$$p = x + 3 \cdot \frac{48}{x}$$

$$p = x + \frac{144}{x}$$

הפונקציה

$$p = 1x + \frac{144}{x}$$

$$x = 12$$

$$p = 1(12) + \frac{144}{12}$$

$$p = 24$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 1 - \frac{144 \cdot 1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 1 - \frac{144}{x^2}$$

$$1 = \frac{144}{x^2}$$

$$x^2 = 144$$

$$x = \pm \sqrt{144}$$

$$x_1 = 12 \quad x_2 = -12$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = \frac{144 \cdot 2}{x^3} = \frac{288}{x^3}$$

$$p''(12) = \frac{288}{(+12)^3} = +\frac{1}{6} \cup \min$$

$$p''(-12) = \frac{288}{(-12)^3} = -\frac{1}{6} \cap \max$$

ריכוז התשובות

$$x = 12 \quad \min$$

$$z = 4$$

$$p = 24$$

המספר הראשון: $x = 12$: המספר השני :

$$z = \frac{48}{x}$$

$$x = 12$$

$$z = \frac{48}{12}$$

$$z = 4$$

תשובה סופית:

(א) $x = 12 \quad z = 4$ (ב) $p = 24 \quad \min$

שאלה מספר 7. מבחן בגרות 35803 מועד א' קיץ תשע"ג 2013.

מבין כל המספרים החיוביים x ו- y המקיימים $x^2 \cdot y = 4$, מצא את שני המספרים שעבורם הסכום $x + y$ הוא מינימלי.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שני המספרים שעבורם הסכום $x + y$ הוא מינימלי.

2. **נוסחת המטרה:** $p = x + y \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $x^2 \cdot y = 44 \Rightarrow y = \frac{44}{x^2}$

$p = x + y \Rightarrow \min$

$$p = x + \frac{4}{x^2}$$

4. **פונקציית המטרה**

הפונקציה

$$p = x + \frac{4}{x^2}$$

$$x = 2$$

$$p = (2) + \frac{4}{(2)^2}$$

$$p = 3$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 1 - \frac{4 \cdot 2}{x^3}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 1 - \frac{8}{x^3}$$

$$1 = \frac{8}{x^3}$$

$$x^3 = 8$$

$$x = \sqrt[3]{8}$$

$$x = 2$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$f''(x) = + \frac{8 \cdot 3}{x^4} = \frac{24}{x^4}$$

$$f''(2) = \frac{24}{(2)^4} = +1.5 \cup \min$$

ריכוז התשובות

$$x = 2 \quad \min$$

$$y = 1$$

$$p = 3$$

המספר הראשון: $x = 2$: המספר השני :

$$y = \frac{4}{x^2}$$

$$x = 2$$

$$y = \frac{4}{(2)^2}$$

$$y = 1$$

תשובה סופית:

$$x = 2 \quad y = 1$$

שאלה מספר 8.

הסכום של שלושה מספרים חיוביים הוא 72.

המספר השני גדול פי 2 מהמספר הראשון.

(א) סמן ב- x את המספר הראשון, והבע באמצעותו את המספר השלישי.

(ב) מצא את הערך של x שעבורו **מכפלת שלושת המספרים תהיה מקסימלית.**

(ג) מה צריכים להיות שלושת המספרים כדי שמכפלתם תהיה מקסימלית?

פתרון:**1. משפט המטרה:** **מכפלת שלושת המספרים תהיה מקסימלית.**

נסמן מספר אחד - x ומספר שני - $2x$ מספר שלישי - y

$$p = (x) \cdot (2x) \cdot (y) \Rightarrow \max \quad \text{2. נוסחת המטרה:}$$

$$(x) + (2x) + y = 72 \quad \text{3. נוסחת עזר:}$$

$$y = 72 - x - 2x$$

$$y = 72 - 3x$$

$$p = (x) \cdot (2x) \cdot (y) \Rightarrow \max \quad \text{4. פונקציית המטרה}$$

$$p = (x) \cdot (2x) \cdot (72 - 3x)$$

$$p = 2x^2 \cdot (72 - 3x)$$

$$p = 144x^2 - 6x^3$$

הפונקציה

$$p = 144x^2 - 6x^3$$

$$x = 16$$

$$p = 144(16)^2 - 6(16)^3$$

$$p = 12,288$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 288x - 18x^2$$

$$P' = 0$$

$$0 = 288x - 18x^2$$

$$0 = x \cdot (288 - 18x)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 16$$

נגזרת שנייה**Max/min**

$$P''(x) = 288 - 36x$$

$$P''(16) = 288 - 36(16) = -288 \cap \max$$

$$P''(0) = 288 - 36(0) = +288 \cup \min$$

$$x_1 = 16 \quad \text{המספר הראשון:}$$

$$x_2 = 2 \cdot 16 = 32 \quad \text{המספר השני:}$$

$$x_3 = 72 - 3 \cdot (16) = 24 \quad \text{המספר השלישי:}$$

ריכוז התשובות

$$x_1 = 16 \quad \max$$

$$x_2 = 32$$

$$x_3 = 24$$

$$p = 12,288$$

תשובה סופית:

$$(א) \quad 72 - 3x \quad (ב) \quad x = 16 \quad (ג) \quad 16, 32, 24$$

שאלה מספר 9: מבחן בגרות 35803 מועד קיץ תשע"ב 2012.

הסכום של שלושה מספרים חיוביים הוא 18.

המספר השני גדול פי 2 מהמספר הראשון.

(א) סמן ב- x את המספר הראשון, והבע באמצעותו את המספר השלישי.

(ב) מצא את הערך של x שעבורו **מכפלת שלושת המספרים תהיה מקסימלית**.

(ג) מה צריכים להיות שלושת המספרים כדי שמכפלתם תהיה מקסימלית?

פתרון:

1. משפט המטרה: **מכפלת שלושת המספרים תהיה מקסימלית.**

נסמן מספר אחד - x ומספר שני - $2x$ מספר שלישי - y

2. נוסחת המטרה: $p = (x) \cdot (2x) \cdot (y) \Rightarrow \max$

3. נוסחת עזר: $(x) + (2x) + y = 18$

$$y = 18 - x - 2x$$

$$y = 18 - 3x$$

4. פונקציית המטרה

$$p = (x) \cdot (2x) \cdot (y) \Rightarrow \max$$

$$p = (x) \cdot (2x) \cdot (18 - 3x)$$

$$p = 2x^2 \cdot (18 - 3x)$$

$$p = 36x^2 - 6x^3$$

הפונקציה

$$p = 36x^2 - 6x^3$$

$$x = 4$$

$$p = 36(4)^2 - 6(4)^3$$

$$p = 192$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 72x - 18x^2$$

$$P' = 0$$

$$0 = 72x - 18x^2$$

$$0 = x \cdot (72 - 18x)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 4$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = 72 - 36x$$

$$P''(4) = 72 - 36(4) = -72 \cap \max$$

$$P''(0) = 72 - 36(0) = +72 \cup \min$$

ריכוז התשובות

$$x_1 = 4 \quad \max$$

$$x_2 = 8$$

$$x_3 = 6$$

$$p = 192$$

המספר הראשון: $x_1 = 4$

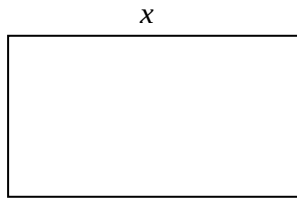
המספר השני: $x_2 = 2 \cdot 4 = 8$

המספר השלישי: $x_3 = 18 - 3 \cdot (4) = 6$

תשובה סופית:

(א) $18 - 3x$ (ב) $x = 4$ (ג) $4, 8, 6$

שאלה מספר 10: מבחן בגרות 35803 מועד נובמבר תשע"ג 2013.

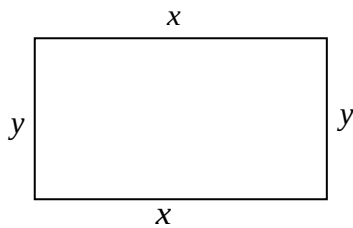


בציור מתואר מלבן ששטחו 64 סמ"ר.
נסמן ב- x את האורך של אחת מצלעות המלבן.
(א) הבע באמצעות x את האורך של הצלע הסמוכה לה.
(ב) מהו ההיקף המינימלי של המלבן?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** ההיקף המינימלי של המלבן

2. **נוסחת המטרה:** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \max$



3. **נוסחת עזר:** $S_{\text{מלבן}} = a \cdot b = x \cdot y$

$$64 = x \cdot y$$

$$y = \frac{64}{x}$$

4. **פונקציית המטרה**

$$p = (2x) + (2y) \Rightarrow \max$$

$$p = 2x + 2 \cdot \left(\frac{64}{x}\right)$$

$$p = 2x + \frac{128}{x}$$

הפונקציה

$$p = 2x + \frac{128}{x}$$

$$x = 8$$

$$p = 2(8) + \frac{128}{8}$$

$$p = 32$$

ריכוז התשובות

$$x = 8 \quad \min$$

$$y = 8$$

$$p = 32$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 2 - \frac{128 \cdot 1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 2 - \frac{128}{x^2}$$

$$2 = \frac{128}{x^2}$$

$$2x^2 = 128$$

$$2x^2 = 128 / 2$$

$$x^2 = 64$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{64}$$

$$x_1 = +8 \quad x_2 = -8$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = + \frac{128 \cdot 2}{x^3} = \frac{256}{x^3}$$

$$p''(+8) = \frac{256}{(+8)^3} = +0.5 \cup \min$$

$$p''(-8) = \frac{256}{(-8)^3} = -0.5 \cap \max$$

$$y = \frac{64}{x} \Rightarrow x = 8$$

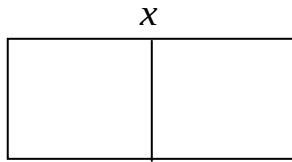
$$y = \frac{64}{8} = 8$$

$$y = 8$$

תשובה סופית:

$$p = 32 \quad \min \quad (\text{ב}) \quad y = \frac{64}{x} \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 11:

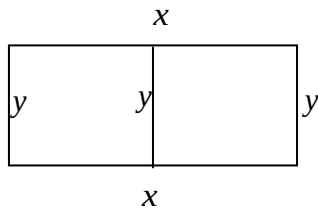


ממוט ברזל שאורכו 18 מטר בונים מתקן המורכב משני מוטות מאוזנים ושלושה מוטות מאונכים. מצא מה צריך להיות מידות הסורג (אורך ורוחב) כדי ששטחו של המתקן יהיה מקסימלי?

פתרון:

1. משפט המטרה: ששטחו של המתקן יהיה מקסימלי

2. נוסחת המטרה: $p = a \cdot b = x \cdot y \Rightarrow \max$



3. נוסחת עזר:

$$2x + 3y = 18$$

$$3y = 18 - 2x$$

$$y = \frac{18}{3} - \frac{2x}{3}$$

$$y = 6 - \frac{2x}{3}$$

4. פונקציית המטרה

$$p = x \cdot y \Rightarrow \max$$

$$p = x \cdot \left(6 - \frac{2x}{3}\right)$$

$$p = 6x - \frac{2x^2}{3}$$

הפונקציה

$$p = 6x - \frac{2}{3}x^2$$

$$p = 6(4.5) - \frac{2}{3}(4.5)^2$$

$$p = 13.5$$

ריכוז התשובות

$$x = 4.5 \quad \max$$

$$y = 3$$

$$p = 13.5$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 6 - \frac{4}{3}x$$

$$p' = 0$$

$$0 = 6 - \frac{4}{3}x$$

$$\frac{4}{3}x = 6$$

$$x = 4.5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = -\frac{4}{3} \cap \max$$

צלעות הסורג

מוט מאוזן: $x = 4.5$

$$y = 6 - \frac{2}{3}x$$

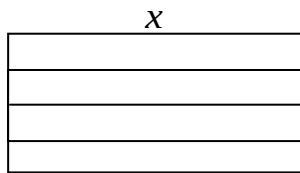
$$y = 6 - \frac{2}{3}(4.5)$$

$$y = 3$$

מוט מאונך:

תשובה סופית : 3 מטר. 4.5 מטר

שאלה מספר 12.

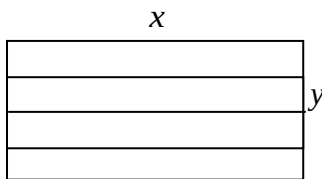


ממוט ברזל שאורכו 200 ס"מ בונים סורג מלבני המורכב משני מוטות מאונכים וחמישה מוטות מאוזנים.
מצא מה צריך להיות מידות הסורג כדי ששטחו של הסורג יהיה מקסימלי? (אורך ורוחב)

פתרון:

1. משפט המטרה: ששטחו של הסורג יהיה מקסימלי

2. נוסחת המטרה: $p = a \cdot b = x \cdot y \Rightarrow \max$



3. נוסחת עזר:

$$5x + 2y = 200$$

$$2y = 200 - 5x$$

$$y = \frac{200}{2} - \frac{5x}{2}$$

$$y = 100 - 2.5x$$

4. פונקציית המטרה

$$p = x \cdot y \Rightarrow \max$$

$$p = x \cdot (100 - 2.5x)$$

$$p = 100x - 2.5x^2$$

הפונקציה

$$p = 100x - 2.5x^2$$

$$p = 100(20) - 2.5(20)^2$$

$$p = 1000$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 100 - 5x$$

$$p' = 0$$

$$0 = 100 - 5x$$

$$5x = 100$$

$$x = 20$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = -5 \cap \max$$

צלעות הסורג

מוט ממאוזן: $x = 20$

$$y = 100 - 2.5x$$

מוט מאונך: $y = 100 - 2.5(20)$

$$y = 50$$

ריכוז התשובות

$$x = 20 \quad \max$$

$$y = 50$$

$$p = 1000$$

תשובה סופית:

20 ס"מ, 50 ס"מ.

שאלה מספר 13.

$$x$$

מחוט ברזל שאורכו 48 ס"מ בונים רשת המורכבת מ 6 - מוטות אנכיים ו 4 - מוטות מאוזנים (ראה ציור)
מה צריכים להיות מידות המלבן (אורך ורוחב) כדי ששיטחו של המלבן יהיה מקסימלי ?

פתרון:

$$x$$

$$y$$

1. **משפט המטרה:** שיטחו של המלבן יהיה מקסימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = a \cdot b = x \cdot y \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $4x + 6y = 48$

$$6y = 48 - 4x$$

$$y = \frac{48}{6} - \frac{4x}{6}$$

$$y = 8 - \frac{2x}{3}$$

4. **פונקציית המטרה** $p = x \cdot y \Rightarrow \max$

$$p = x \cdot \left(8 - \frac{2x}{3}\right)$$

$$p = 8x - \frac{2x^2}{3}$$

הפונקציה

$$p = 8x - \frac{2}{3}x^2$$

$$p = 8(6) - \frac{2}{3}(6)^2$$

$$p = 24$$

ריכוז התשובות

$$x = 6 \quad \max$$

$$y = 4$$

$$p = 24$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 8 - \frac{4}{3}x$$

$$p' = 0$$

$$0 = 8 - \frac{4}{3}x$$

$$\frac{4}{3}x = 8$$

$$x = 6$$

נגזרת שנייה**Max/min**

$$p''(x) = -\frac{4}{3} \cap \max$$

צלעות הסורגמוט מאוזן: $x = 6$

$$y = 8 - \frac{2}{3}x$$

$$y = 8 - \frac{2}{3}(6)$$

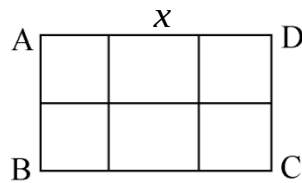
$$y = 4$$

מוט מאונך:

תשובה סופית:

4 ס"מ, 6 ס"מ

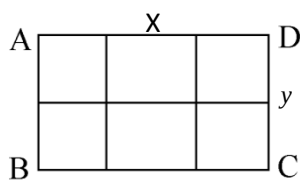
שאלה מספר 14.



שלדה של מיטת נוער עשוי מוטות עץ.
למסגרת החיצונית של השלד צורת מלבן ABCD, ששטחו 3 מ"ר.
השלד מורכב מ-4 מוטות באורך AB ושלושה מוטות באורך BC (ראה ציור).
מה צריכים להיות ממדי המלבן ABCD, כדי שסכום אורכי מוטות העץ שמהם עשוי השלד יהיה מינימלי?

פתרון:

1. משפט המטרה: סכום אורכי מוטות העץ שמהם עשוי השלד יהיה מינימלי



2. נוסחת המטרה: $p = 3x + 4y \Rightarrow \min$

3. נוסחת עזר: $S = a \cdot b \Rightarrow x \cdot y = 3$

$$y = \frac{3}{x}$$

4. פונקציית המטרה: $p = 3x + 4y \Rightarrow \min$

$$p = 3x + 4 \cdot \left(\frac{3}{x}\right)$$

$$p = 3x + \frac{12}{x}$$

הפונקציה

$$p = 3x + \frac{12}{x}$$

$$x = 5$$

$$p = 3(2) + \frac{12}{(2)}$$

$$S = 12$$

ריכוז התשובות

$$x = 2 \quad \min$$

$$y = 1.5$$

$$p = 12$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 3 - \frac{12 \cdot 1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 3 - \frac{12}{x^2}$$

$$3 = \frac{12}{x^2}$$

$$3x^2 = 12 : 3$$

$$x^2 = 4$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{4}$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = + \frac{12 \cdot 2}{x^3} = + \frac{24}{x^3}$$

$$p''(+2) = + \frac{24}{(+2)^3} = +3 \cup \min$$

$$p''(-2) = + \frac{24}{(-2)^3} = -3 \cap \max$$

צלעות הסורג

מוט מאוזן: $x = 2$

$$y = \frac{3}{x}$$

$$y = \frac{3}{2}$$

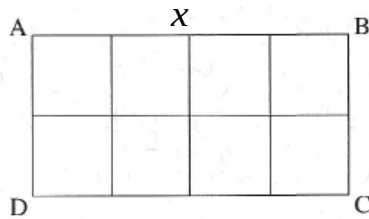
$$y = 1.5$$

מוט מאונד:

תשובה סופית:

2 מטר, 1.5 מטר

שאלה מספר 15: מבחן בגרות 35803 מועד חצב/ברק 2012 תשע"ב



בית מלאכה מייצר סורגים ממוטות ברזל הסורג מורכב מ-5 מוטות מאונכים שאורכם זהה, ומ-3 מוטות אופקיים שאורכם זהה (ראה ציור) למסגרת החיצונית של הסורג יש צורת מלבן ABCD, ששטחו 15 מ"ר.

(א) סמן ב- x את אורך המוט BC. **הבע** באמצעות x את:

- (1) אורך המוט BC.
- (2) סכום האורכים של כל מוטות הברזל הדרושים לייצור הסורג.

המוטות שמהם הרשת עשויה יהיה מינימלי

(ב) מצא מה צריך להיות הערך של x כדי שסכום האורכים של מוטות הברזל יהיה מינימלי

פתרון:

1. **משפט המטרה:** סכום אורכי מוטות העץ שמהם עשוי השלד יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = 3x + 5y \Rightarrow \min$

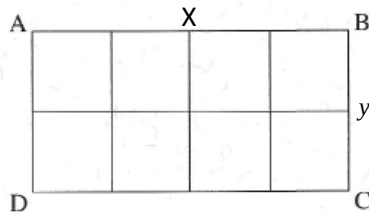
3. **נוסחת עזר:** $S = a \cdot b \Rightarrow x \cdot y = 15$

$$y = \frac{15}{x}$$

4. **פונקציית המטרה** $p = 3x + 5y \Rightarrow \min$

$$p = 3x + 5 \cdot \left(\frac{15}{x}\right)$$

$$p = 3x + \frac{75}{x}$$



הפונקציה

$$p = 3x + \frac{75}{x}$$

$$x = 5$$

$$p = 3(5) + \frac{75}{(5)}$$

$$p = 30$$

ריכוז התשובות

$$x = 5 \quad \min$$

$$y = 3$$

$$p = 30$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 3 - \frac{75 \cdot 1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 3 - \frac{75}{x^2}$$

$$3 = \frac{75}{x^2}$$

$$3x^2 = 75 : 3$$

$$x^2 = 25$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{25}$$

$$x_1 = 5 \quad x_2 = -5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = + \frac{75 \cdot 2}{x^3} = + \frac{150}{x^3}$$

$$p''(+5) = + \frac{150}{(+5)^3} = +1.2 \cup \min$$

$$p''(-5) = + \frac{150}{(-5)^3} = -1.2 \cup \max$$

צלעות הסורג

מוט מאונך: $x = 5$

$$y = \frac{15}{x}$$

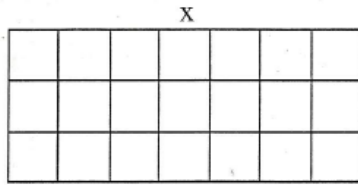
$$y = \frac{15}{5}$$

$$y = 3$$

תשובה סופית:

$$x = 5 \Rightarrow \min \quad (ב) \quad p = 3x + \frac{75}{x} \Rightarrow \min \quad (2א) \quad AB = x \quad BC = \frac{15}{x} \quad (1א)$$

שאלה מספר 16 : מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר תשע"ב 2012.



בית מלאכה מייצר סורגים ממוטות ברזל. למסגרת החיצונית של הסורג יש צורת מלבן ששטחו 32 מ"ר.

הסורג בנוי מ- 4 מוטות אופקיים באורך x מטר ו מ- 8 מוטות אנכיים (ראה ציור)

(א). (1) מצא באמצעות x את האורך של מוט אנכי.

(2) רשום באמצעות x ביטוי לסיכום של אורכי כל מוטות הברזל שבסורג.

(ב) מה צריכים להיות ממדי המלבן כדי שסכום אורכי מוטות הברזל שמהם עשוי הסורג יהיה מינימלי ?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** סכום אורכי מוטות העץ שמהם עשוי השלד יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = 4x + 8y \Rightarrow \min$

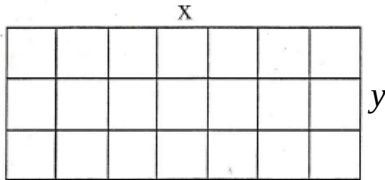
3. **נוסחת עזר:** $S = a \cdot b \Rightarrow x \cdot y = 32$

$$y = \frac{32}{x}$$

4. **פונקציית המטרה** $p = 4x + 8y \Rightarrow \min$

$$p = 4x + 8 \cdot \left(\frac{32}{x}\right)$$

$$p = 4x + \frac{256}{x}$$



הפונקציה

$$P = 4x + \frac{256}{x}$$

$$x = 8$$

$$P = 4(8) + \frac{256}{(8)}$$

$$P = 64$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 4 - \frac{256 \cdot 1}{x^2}$$

$$P' = 0$$

$$0 = 4 - \frac{256}{x^2}$$

$$4 = \frac{256}{x^2}$$

$$4x^2 = 256 / : 4$$

$$x^2 = 64$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{64}$$

$$x_1 = 8 \quad x_2 = -8$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = + \frac{256 \cdot 2}{x^3} = + \frac{512}{x^3}$$

$$p''(+8) = + \frac{512}{(+8)^3} = +1 \cup \min$$

$$p''(-8) = + \frac{512}{(-8)^3} = -1 \cap \max$$

צלעות הסורג

מוט מאוזן: $x = 8$

$$y = \frac{32}{x}$$

$$y = \frac{32}{8}$$

$$y = 4$$

מוט מאוזן:

סיכום התשובות

$$x = 8 \quad \min$$

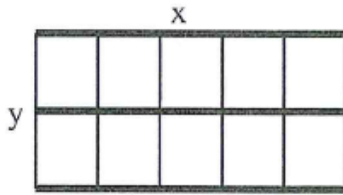
$$y = 4$$

$$p = 64$$

תשובה סופית:

$$(1\text{א}) \quad \frac{32}{x} \quad (2\text{א}) \quad p = 4x + \frac{256}{x} \quad (2\text{ב}) \quad 8, 4$$

שאלה מספר 17: מבחן בגרות 35803 מועד א קיץ תשע"ד 2014.



בציור שלפניך מוצגת רשת שצורתה מלבן.
הרשת עשויה מ-3 מוטות ארוכים שהאורך של כל אחד מהם הוא x .
ומ-6 מוטות קצרים שהאורך של כל אחד מהם הוא y .
נתון: $x \cdot y = 18$

- א. (1) הבע את y כאמצעות x .
(2) הבע באמצעות x את סכום האורכים של כל המוטות שהרשת עשויה מהם.
ב. מה צריך להיות x כדי שסכום האורכים של כל המוטות שהרשת עשויה מהם, יהיה מינימלי?
פתרון:

1. **משפט המטרה:** שסכום האורכים של כל המוטות שהרשת עשויה מהם, יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = 3x + 6y \Rightarrow \min$

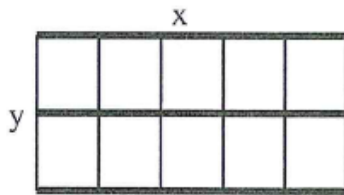
3. **נוסחת עזר:** $S = a \cdot b \Rightarrow x \cdot y = 18$

$$y = \frac{18}{x}$$

4. **פונקציית המטרה** $p = 3x + 6y \Rightarrow \min$

$$p = 3x + 6 \cdot \left(\frac{18}{x}\right)$$

$$p = 3x + \frac{108}{x}$$



הפונקציה

$$p = 3x + \frac{108}{x}$$

$$x = 5$$

$$p = 3(6) + \frac{108}{(6)}$$

$$p = 36$$

סיכום התשובות

$$x = 6 \quad \min$$

$$y = 3$$

$$p = 36$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 3 - \frac{108 \cdot 1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 3 - \frac{108}{x^2}$$

$$3 = \frac{108}{x^2}$$

$$3x^2 = 108 / : 3$$

$$x^2 = 36$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{6}$$

$$x_1 = 6 \quad x_2 = -6$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = + \frac{108 \cdot 2}{x^3} = + \frac{216}{x^3}$$

$$p''(+6) = + \frac{216}{(+6)^3} = +1 \cup \min$$

$$p''(-6) = + \frac{216}{(-6)^3} = -1 \cap \max$$

צלעות הסורג

מוט מאוזן: $x = 6$

$$y = \frac{18}{x}$$

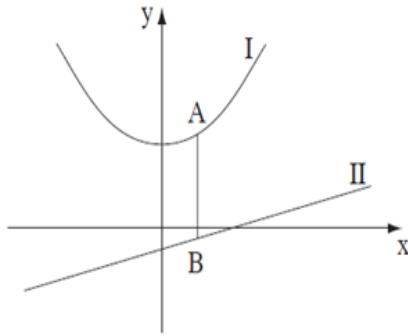
$$y = \frac{18}{6}$$

$$y = 3$$

תשובה סופית:

$$x = 6 \quad (ב) \quad p = 3x + \frac{108}{x} \quad (א) \quad y = \frac{18}{x} \quad (א)$$

$$2. \text{ אורך קטע מקביל לציר ה-} y. \quad d_{AB} = y_A - y_B$$



שאלה מספר 18: מבחן בגרות 35803 מועד א' קיץ תש"ע 2010.
בציור נתונים הגרפים I ו-II של הפונקציות

$$g(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2 \quad f(x) = \frac{x-2}{4}$$

(א). איזה מבין הגרפים I ו-II הוא של הפונקציה $f(x)$, ואיזה גרף הוא של הפונקציה $g(x)$? נמק.

(ב). A היא נקודה על גרף I ו B היא נקודה על גרף II כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y (ראה ציור). מצא את שיעור ה-x של הנקודות A ו-B, שעבורו אורך הקטע AB הוא מינימלי.

(ג). מצא את האורך המינימלי של הקטע AB.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** אורך הקטע AB הוא מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = y_A - y_B \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $y_A = \frac{1}{4}x^2 + 2 \quad y_B = \frac{x-2}{4}$

4. **פונקציית המטרה**

$$\begin{aligned} p &= y_A - y_B \Rightarrow \min \\ p &= \left[\frac{1}{4}x^2 + 2 \right] - \left[\frac{x-2}{4} \right] \\ p &= \left[\frac{1}{4}x^2 + 2 \right] - \left[\frac{x}{4} - \frac{2}{4} \right] \\ p &= \frac{1}{4}x^2 + 2 - \frac{x}{4} + \frac{2}{4} \\ p &= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{2} \end{aligned}$$

הפונקציה

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{2} \\ x &= 0.5 \\ p &= \frac{1}{4}(0.5)^2 - \frac{1}{4}(0.5) + 2\frac{1}{2} \\ p &= 2\frac{7}{16} \end{aligned}$$

נגזרת ראשונה

$$\begin{aligned} p' &= 0.5x - 0.25 \\ p' &= 0 \\ 0 &= 0.5x - 0.25 \\ 0.25 &= 0.5x \\ x &= 0.5 \end{aligned}$$

נגזרת שנייה

$$\begin{aligned} \text{Max/min} \\ p''(x) &= +0.5 \cup \min \end{aligned}$$

סיכום התשובות

$$\begin{aligned} x &= 0.5 \quad \min \\ y_A &= 2\frac{1}{16} \\ y_B &= -\frac{3}{4} \\ p &= 2\frac{7}{16} \end{aligned}$$

$$x = 0.5$$

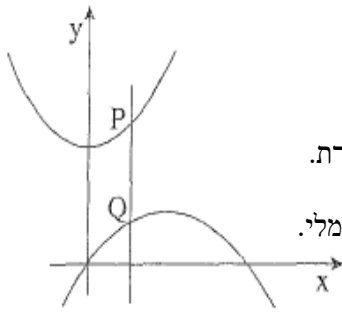
$$y_A = \frac{1}{4}x^2 + 2 = \frac{1}{4}(0.5)^2 + 2 = 2\frac{1}{16}$$

$$y_B = \frac{x-2}{4} = \frac{0.5-2}{4} = -\frac{3}{4}$$

תשובה סופית:

(א) גרף II $f(x)$ משוואת ישר גרף I $g(x)$ פרבולה

(ב) $x_{AB} = 0.5 \quad \min$ (ג) $AB = 2\frac{7}{16}$

שאלה מספר 19: מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר תשס"ז 2007

נתונים הגרפים של שתי הפרבולות:

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 3x, \quad y = \frac{1}{2}x^2 + 7$$

הנקודה P נמצאת על פרבולה אחת והנקודה Q נמצאת על הפרבולה האחרת.
 הקטע PQ מקביל לציר ה-y (ראה ציור)
 א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה P כדי שאורך הקטע PQ יהיה מינימלי.
 ב. מצא את האורך המינימלי של הקטע PQ.

פתרון:**1. משפט המטרה:** האורך המינימלי של הקטע PQ.**2. נוסחת המטרה:** $p = y_P - y_Q \Rightarrow \min$ **3. נוסחת עזר:** $y_P = \frac{1}{2}x^2 + 7, \quad y_Q = -\frac{1}{4}x^2 + 3x$ **4. פונקציית המטרה** $p = y_P - y_Q \Rightarrow \min$

$$p = [0.5x^2 + 7] - [-0.25x^2 + 3x]$$

$$p = 0.5x^2 + 7 + 0.25x^2 - 3x$$

$$p = 0.75x^2 - 3x + 7$$

הפונקציה

$$p = 0.75x^2 - 3x + 7$$

$$x = 2$$

$$p = 0.75(2)^2 - 3(2) + 7$$

$$p = 4$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 1.5x - 3$$

$$p' = 0$$

$$0 = 1.5x - 3$$

$$1.5x = 3$$

$$x = 2$$

נגזרת שנייה**Max/min**

$$p''(x) = +1.5 \cup \min$$

$$x = 2$$

$$y_P = 0.5x^2 + 7 = 0.5(2)^2 + 7 = 9$$

$$y_Q = -0.25x^2 + 3x = -0.25(2)^2 + 3(2) = 5$$

נקודה p

$$p(2, 9)$$

ריכוז התשובות

$$x = 2 \quad \min$$

$$y_P = 9$$

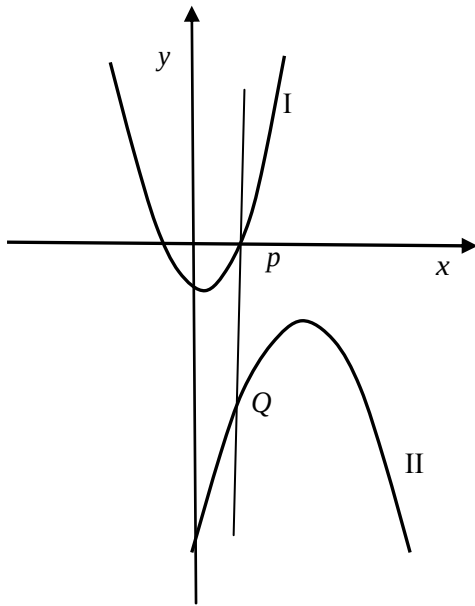
$$y_Q = 5$$

$$p = 4$$

תשובה סופית:

$$PQ = 4 \quad \min \quad (\text{ב}) \quad P(2, 9) \quad \min \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 20: מבחן בגרות 35803 חצב ברק קיץ תשע"ג 2013.



בציור שלפניך נתונים הגרפים I ו-II של שתי הפרבולות:

$$f(x) = -\frac{1}{2} \cdot x^2 + 5x - 15$$

$$g(x) = x^2 - x - 2$$

(א) מבין הגרפים I ו-II

איזה גרף הוא של הפרבולה $f(x)$

ואיזה גרף הוא של הפרבולה $g(x)$ נמק.

(ב) ישר המקביל לציר ה-y חותך את הגרפים

של שתי הפרבולות בנקודות P ו-Q (ראה ציור)

מצא את שיעור ה-x של הנקודות P ו-Q

שעבורו אורך הקטע PQ הוא מינימלי.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** אורך הקטע PQ הוא מינימלי.

2. **נוסחת המטרה:** $p = y_p - y_q \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $y_p = x^2 - x - 2$ $y_q = -\frac{1}{2}x^2 + 5x - 15$

4. **פונקציית המטרה** $p = y_p - y_q \Rightarrow \min$

$$p = [x^2 - x - 2] - [-0.5x^2 + 5x - 15]$$

$$p = x^2 - x - 2 + 0.5x^2 - 5x + 15$$

$$p = 1.5x^2 - 6x + 13$$

הפונקציה

$$p = 1.5x^2 - 6x + 13$$

$$x = 2$$

$$p = 1.5(2)^2 - 6(2) + 13$$

$$p = 7$$

ריכוז התשובות

$$x = 2 \quad \min$$

$$y_p = 0$$

$$y_q = -7$$

$$p = 7$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 3x - 6$$

$$p' = 0$$

$$0 = 3x - 6$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = +3 \cup \min$$

$$x = 2$$

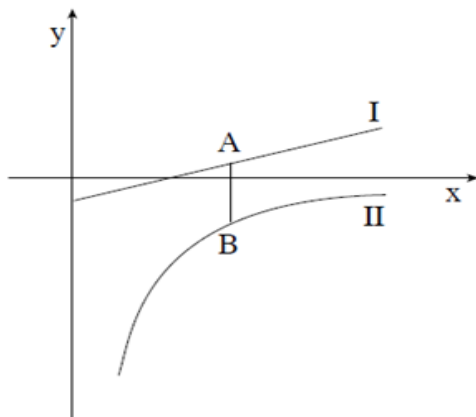
$$y_p = x^2 - x + 2 = (2)^2 - (2) - 2 = 0$$

$$y_q = -0.5x^2 + 5x - 15 = -0.5(2)^2 + 5(2) - 15 = -7$$

תשובה סופית:

(א) גרף II $f(x)$ גרף I $g(x)$ (ב) $\min$ $x = 2$

שאלה מספר 21 ; מבחן בגרות 35003 מועד א' קיץ תש"ע 2010



בציור נתונים הגרפים I ו-II של הפונקציות

$$x \geq 0 \quad g(x) = -\frac{4}{x}, \quad f(x) = \frac{x-2}{4}$$

א. איזה מבין הגרפים I ו-II הוא של הפונקציה $f(x)$ ואיזה גרף הוא של הפונקציה $g(x)$? נמק.

ב. A היא נקודה על גרף I ו-B היא נקודה על גרף II כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y (ראה ציור).

מצא את שיעור ה-x של הנקודות A ו-B

שעבורו אורך הקטע AB הוא מינימלי.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** אורך הקטע AB הוא מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = y_A - y_B \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $y_A = \frac{x-2}{4}, \quad y_B = -\frac{4}{x}$

4. **פונקציית המטרה:** $p = y_A - y_B \Rightarrow \min$

$$p = \left[\frac{(x-2)}{4} \right] - \left[-\frac{4}{x} \right]$$

$$p = \frac{x}{4} - \frac{2}{4} + \frac{4}{x}$$

הפונקציה

$$p = \frac{x}{4} - \frac{2}{4} + \frac{4}{x}$$

$$x = 4$$

$$p = \frac{(4)}{4} - \frac{2}{4} + \frac{4}{(4)}$$

$$p = 1\frac{1}{2}$$

ריכוז התשובות

$$x = 4 \quad \min$$

$$y_A = 0.5$$

$$y_B = -1$$

$$p = 1.5$$

נגזרת ראשונה

$$p' = \frac{1}{4} - \frac{4 \cdot 1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = \frac{1}{4} - \frac{4}{x^2}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{4}{x^2}$$

$$x^2 = 16$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{16}$$

$$x_1 = -4 \quad x_2 = 4$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = +\frac{4 \cdot 2}{x^3} = +\frac{8}{x^3}$$

$$p''(+4) = +\frac{8}{(+4)^3} = +\frac{1}{8} \cup \min$$

$$p''(-4) = +\frac{8}{(-4)^3} = -\frac{1}{8} \cap \max$$

$$x = 4$$

$$y_A = \frac{x-2}{4} = \frac{4-2}{4} = 0.5$$

$$y_B = -\frac{4}{x} = -\frac{4}{4} = -1$$

תשובה סופית:

(א.) גרף I $f(x)$ גרף II $g(x)$ (ב.) $x_{AB} = 4 \quad \min$

שאלה מספר 22: מבחן בגרות 35003 מועד פברואר תשע"א 2011

הפונקציות $f(x) = x + 10$ ו- $g(x) = -\frac{9}{x}$ נחתכות בנקודות A ו- B.

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

(ב) דרך נקודה D, הנמצאת על הקטע AB,

העבירו ישר המקביל לציר ה- y. הישר חותך

את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה C (ראה ציור)

מצא את שיעורי הנקודות C ו- D שעבורן המרחק CD הוא מקסימלי.

(ג) מצא את המרחק המקסימלי בין הנקודות C ו- D.

פתרון:

(א) מצא את שיעורי הנקודות A ו- B.

נקודות A, B

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 10 \\ y &= -1 + 10 = 9 \\ A &(-1, 9) \\ y &= -9 + 10 = 1 \\ B &(-9, 10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x) \\ x + 10 &= -\frac{9}{x} \\ x^2 + 10x &= -9 \\ x^2 + 10x + 9 &= 0 \\ x_{1,2} &= \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 4(1)(9)}}{2(1)} \\ x_{1,2} &= \frac{-10 \pm 8}{2} \\ x_1 &= -1 \quad x_2 = -9 \end{aligned}$$

1. **משפט המטרה:** המרחק המקסימלי בין הנקודות C ו- D.

2. **נוסחת המטרה:** $p = y_D - y_C \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $y_A = x + 10 \quad y_B = -\frac{9}{x}$

4. **פונקציית המטרה:** $p = y_D - y_C \Rightarrow \max$

$$p = [x + 10] - \left[-\frac{9}{x}\right]$$

$$p = x + 10 + \frac{9}{x}$$

הפונקציה

$$\begin{aligned} p &= x + 10 + \frac{9}{x} \\ x &= -3 \\ p &= (-3) + 10 + \frac{9}{(-3)} \\ p &= 4 \end{aligned}$$

ריכוז התשובות

$$\begin{aligned} x &= -3 \quad \max \\ y_D &= 7 \\ y_C &= 3 \\ p &= 4 \end{aligned}$$

נגזרת ראשונה

$$\begin{aligned} p' &= 1 - \frac{9 \cdot 1}{x^2} \\ p' &= 0 \\ 0 &= 1 - \frac{9}{x^2} \\ 1 &= \frac{9}{x^2} \\ x^2 &= 9 \\ x_{1,2} &= \pm \sqrt{9} \\ x_1 &= -3 \quad x_2 = 3 \end{aligned}$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$\begin{aligned} p''(x) &= +\frac{9 \cdot 2}{x^3} = +\frac{18}{x^3} \\ p''(+3) &= +\frac{18}{(+3)^3} = +\frac{2}{3} \cup \min \\ p''(-3) &= +\frac{18}{(-3)^3} = -\frac{2}{3} \cap \max \\ x &= -3 \\ y_D &= x + 10 = (-3) + 10 = 7 \\ y_C &= -\frac{9}{x} = -\frac{9}{(-3)} = 3 \end{aligned}$$

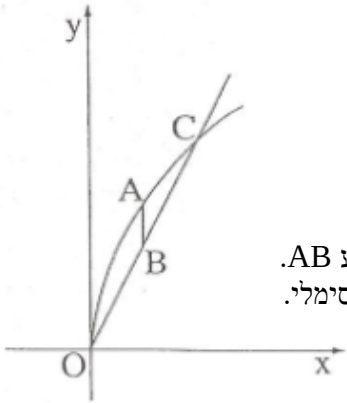
תשובה סופית:

(א) $A(-1, 9) \quad B(-9, 10)$ (ב) $C(-3, 3) \quad D(-3, 7)$ (ג) $\max DC = 4$

פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ – יוסי דהן"

בכתובת: <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

שאלה מספר 23: מבחן בגרות 35803 מועד חצב/ ברק תשע"א 2011.



בציור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x}$ והישר $y = 2x$.
 גרף הפונקציה והישר נחתכים בנקודות O ו-C (ראשית הצירים).
 ישר המקביל לציר ה-y חותך את גרף הפונקציה ואת הישר
 (בין הנקודות O ו-C), כך ש-A היא נקודת החיתוך עם $f(x)$
 ו-B היא נקודת החיתוך עם הישר (ראה ציור).
 (א) סמן ב-x את שיעור ה-x של הנקודה B. ובטא באמצעותו את אורך הקטע AB.
 (ב) מצא את שיעור ה-x של הנקודה B. שעבורה אורך הקטע AB הוא מקסימלי.
 (2) מהו האורך המקסימלי של הקטע AB.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** האורך המקסימלי של הקטע AB.

2. **נוסחת המטרה:** $p = y_A - y_B \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $y_A = 2\sqrt{x}$ $y_B = 2x$

4. **פונקציית המטרה** $p_{AB} = y_A - y_B \Rightarrow \max$

$$p_{AB} = [2\sqrt{x}] - [2x]$$

$$p_{AB} = 2\sqrt{x} - 2x$$

הפונקציה

$$p = 2\sqrt{x} - 2x$$

$$x = 0.25$$

$$p = 2\sqrt{(0.25)} - 2(0.25)$$

$$p = 0.5$$

ריכוז התשובות

$$x = 0.25 \quad \max$$

$$y_A = 1$$

$$y_B = 0.5$$

$$p = 0.5$$

נגזרת ראשונה

$$p' = \frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{x}} - 2$$

$$p' = 0$$

$$0 = \frac{1}{\sqrt{x}} - 2$$

$$2 = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$2\sqrt{x} = 1 : 2$$

$$\sqrt{x} = 0.5 / ()^2$$

$$(\sqrt{x})^2 = (0.5)^2$$

$$x = 0.25$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p' = \frac{1}{\sqrt{x}} - 2 / \sqrt{x}$$

$$p' = \frac{1 - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

(מספיק לגזור את המונה
מדי לקבוע את סוג הקיצון)

$$p''(x) = -\frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{x}}$$

$$p''(0.25) = -\frac{2}{2\sqrt{0.25}} = -2 \cap \max$$

$$x = 0.25$$

$$y_A = 2\sqrt{x} = 2\sqrt{0.25} = 1$$

$$y_B = 2x = 2(0.25) = 0.5$$

תשובה סופית:

$$p = 0.5 \Rightarrow \max \quad (2b) \quad x_B = 0.25 \Rightarrow \max \quad (1b) \quad p_{AB} = 2\sqrt{x} - 2x \quad (a)$$

שאלה מספר 24: . משימות לקראת מועד קיץ 2014

בציור נתונים הגרפים I ו- II של הפונקציות:

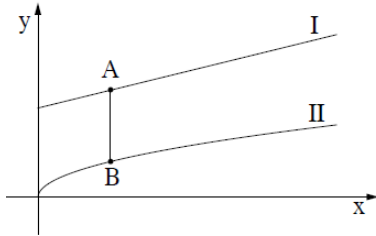
$$f(x) = \sqrt{x} \quad g(x) = \frac{1}{4}x + 5 \quad \text{בתחום } x \geq 0$$

א. איזה מבין הגרפים I ו- II הוא גרף של הפונקציה $f(x)$, ואיזה מהם הוא של גרף הפונקציה $g(x)$? נמק

ב. A היא נקודה על גרף I ו- B היא נקודה על גרף II, כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y (ראה ציור).

מצא את שיעור ה- x של הנקודות A ו- B, שעבורן אורך הקטע AB הוא מינימלי.

ג. עבור ה- x שמצאת בסעיף ב, חשב את אורך הקטע AB.



פתרון:

1. **משפט המטרה:** אורך הקטע AB הוא מינימלי.

2. **נוסחת המטרה:** $p = y_A - y_B \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $y_A = \frac{1}{4}x + 5 \quad y_B = \sqrt{x}$

4. **פונקציית המטרה:** $p_{AB} = y_A - y_B \Rightarrow \max$

$$p_{AB} = \left[\frac{1}{4}x + 5 \right] - [\sqrt{x}]$$

$$p_{AB} = \frac{1}{4}x + 5 - \sqrt{x}$$

הפונקציה

$$\begin{aligned} p &= \frac{1}{4}x + 5 - \sqrt{x} \\ x &= 4 \\ p &= \frac{1}{4}(4) + 5 - \sqrt{(4)} \\ p &= 4 \end{aligned}$$

סיכום התשובות

$$\begin{aligned} x &= 4 & \max \\ y_A &= 6 \\ y_B &= 2 \\ p &= 4 \end{aligned}$$

נגזרת ראשונה

$$\begin{aligned} p' &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ p' &= 0 \\ 0 &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ \frac{1}{2\sqrt{x}} &= \frac{1}{4} \\ 4 &= 2\sqrt{x} : 2 \\ 2 &= \sqrt{x} / ()^2 \\ (2)^2 &= (\sqrt{x})^2 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

נגזרת שנייה

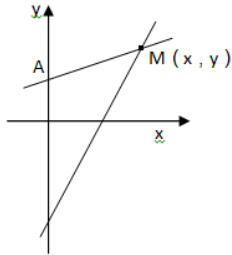
$$\begin{aligned} \text{Max/min} \\ p' &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2\sqrt{x}} / 4 \cdot 2\sqrt{x} \\ p' &= \frac{2\sqrt{x} - 4}{8\sqrt{x}} \\ \text{(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)} \\ p''(x) &= \frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{x}} \\ p''(4) &= \frac{2}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{4} \cup \min \\ x &= 4 \\ y_A &= \frac{1}{4}(4) + 5 = 6 \\ y_B &= \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

תשובה סופית:

(א) גרף I $g(x)$, (ב) גרף II $f(x)$, (ג) $x = 4$ min, (ד) $d_{AB} = 4$

4. ריבוע המרחק (משפט פיתגורס)

שאלה מספר 25: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ט 2009



נתון הישר $y = 3x - 4$ ונתונה הנקודה $A(0, 2)$

M היא נקודה כלשהי על הישר (ראה ציור)

מצא על הישר הנתון את השיעורים של נקודה M

הקרובה ביותר לנקודה $A(0, 2)$

נקודה $M(x, y)$ נמצאת על הישר הנתון (ראה ציור)

(א) בטא את ריבוע המרחק AM (כלומר AM^2)

באמצעות שיעור ה- x של הנקודה M .

(ב) מה צריך להיות שיעור ה- x של הנקודה M

כדי שריבוע המרחק AM יהיה מינימלי?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** ריבוע המרחק AM יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

3. **נוסחת עזר:** $M(x, 3x - 4)$ $A(0, 2)$

4. **פונקציית המטרה** $p = (x - 0)^2 + (3x - 4 - 2)^2$

$$p = (x - 0)^2 + (3x - 6)^2$$

$$p = x^2 + 9x^2 - 36x + 36$$

$$p = 10x^2 - 36x + 36$$

הפונקציה

$$p = 10x^2 - 36x + 36$$

$$x = 1.8$$

$$p = 10(1.8)^2 - 36(1.8) + 36$$

$$p = 3.6$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 20x - 36$$

$$p' = 0$$

$$0 = 20x - 36$$

$$20x = 36$$

$$x = 1.8$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = +20 \cup \min$$

נקודה M

$$x = 1.8$$

$$y = 3x - 4$$

$$y = 3(1.8) - 4 = 1.4$$

$$M(1.8, 1.4)$$

ריכוז התשובות

$$x = 1.8 \quad \min$$

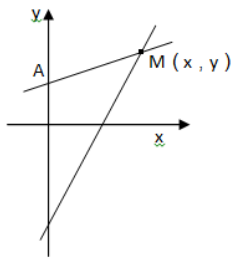
$$y_M = 1.4$$

$$p = 3.6$$

תשובה סופית:

$$M(1.8, 1.4) \quad (\text{ב}) \quad AM^2 = 10x^2 - 36x + 36 \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 26: מבחן בגרות 35003 מועד חצב / ברק תשס"ז 2007



- נתון הישר $y = 3x - 4$ ונתונה הנקודה $A(0, 1)$
 נקודה $M(x, y)$ נמצאת על הישר הנתון (ראה ציור)
 (א) בטא את ריבוע המרחק AM (כלומר AM^2) באמצעות שיעור ה- x של הנקודה M .
 (ב) מה צריך להיות שיעור ה- x של הנקודה M כדי שריבוע המרחק AM יהיה מינימלי?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** ריבוע המרחק AM יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

3. **נוסחת עזר:** $M(x, 3x - 4)$ $A(0, 1)$

4. **פונקציית המטרה** $p = (x - 0)^2 + (3x - 4 - 1)^2$

$$p = (x - 0)^2 + (3x - 5)^2$$

$$p = x^2 + 9x^2 - 30x + 25$$

$$p = 10x^2 - 30x + 25$$

הפונקציה

$$p = 10x^2 - 30x + 25$$

$$x = 1.5$$

$$p = 10(1.5)^2 - 30(1.5) + 25$$

$$p = 2.5$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 20x - 30$$

$$p' = 0$$

$$0 = 20x - 30$$

$$20x = 30$$

$$x = 1.5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p'(x) = +20 \cup \min$$

נקודה M

$$x = 1.5$$

$$y = 3x - 4$$

$$y = 3(1.5) - 4 = 0.5$$

$$M(1.5, 0.5)$$

ריכוז התשובות

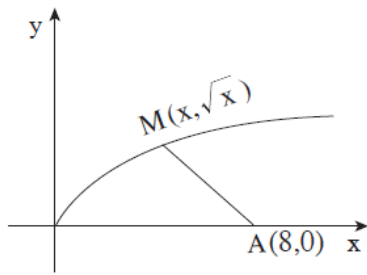
$$x = 1.5 \quad \min$$

$$y_M = 0.5$$

$$p = 2.5$$

תשובה סופית:

(א) $AM^2 = 10x^2 - 30x + 25$ (ב) $M(1.5, 0.5)$

שאלה מספר 27: מבחן בגרות 35003 מועד א' קיץ תשס"ז 2007נתונה הפונקציה $y = \sqrt{x}$ על ציר ה- x נתונה הנקודה $A(8,0)$ M היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה (ראה ציור)(א) בטא את ריבוע המרחק AM (כלומר AM^2)באמצעות שיעור ה- x של הנקודה M .(ב) מה צריך להיות שיעור ה- x של הנקודה M כדי שריבוע המרחק AM יהיה מינימלי?(ג) חשב את ריבוע המרחק המינימלי של MA

בתשובתך דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית

פתרון:1. **משפט המטרה:** ריבוע המרחק המינימלי של MA 2. **נוסחת המטרה:** $p = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$ 3. **נוסחת עזר:** $M(x, \sqrt{x})$ $A(8,0)$ 4. **פונקציית המטרה** $p = (x-8)^2 + (\sqrt{x}-0)^2$

$$P = x^2 - 16x + 64 + x$$

$$p = x^2 - 15x + 64$$

הפונקציה

$$p = x^2 - 15x + 64$$

$$x = 7.5$$

$$p = (7.5)^2 - 15(7.5) + 64$$

$$p = 7.75$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 2x - 15$$

$$p' = 0$$

$$0 = 2x - 15$$

$$2x = 15$$

$$x = 7.5$$

נגזרת שנייה**Max/min**

$$p''(x) = +2 \cup \min$$

נקודה M

$$x = 7.5$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{7.5} = 2.73$$

$$M(7.5, 2.73)$$

ריכוז התשובות

$$x = 7.5 \quad \min$$

$$y_M = 2.73$$

$$p = 7.75$$

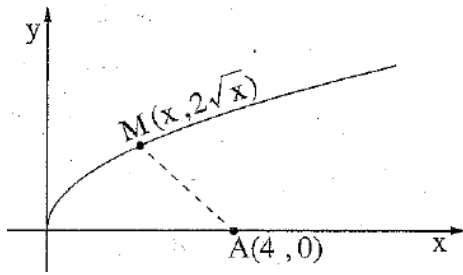
תשובה סופית:

$$p = 7.75 \quad (\text{ג})$$

$$M(7.5, 2.73) \quad (\text{ב})$$

$$p = x^2 - 15x + 64 \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 28. מבחן בגרות 35803 מועד ב קיץ תשע"ג 2013.



נתונה הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{x}$ (ראה ציור)

(א) מצא את שעורי ה- x של נקודה M

על גרף הפונקציה שמרחקה (d^2)

בריבוע מהנקודה $A(4,0)$ הוא מינימלי.

(ב) מצא את המרחק המינימלי (d)

שבין הנקודה M לנקודה A .

פתרון:

1. **משפט המטרה:** המרחק המינימלי (d) שבין הנקודה M לנקודה A .

2. **נוסחת המטרה:** $p = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

3. **נוסחת עזר:** $M(x, 2\sqrt{x})$ $A(4, 0)$

4. **פונקציית המטרה** $P = (x - 4)^2 + (2\sqrt{x} - 0)^2$

$$P = x^2 - 8x + 16 + 4x$$

$$p = x^2 - 4x + 16$$

הפונקציה

$$p = x^2 - 4x + 16$$

$$x = 2$$

$$p = (2)^2 - 4(2) + 16$$

$$p = 12$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 2x - 4$$

$$p' = 0$$

$$0 = 2x - 4$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = +2 \cup \min$$

ריכוז התשובות

$$x = 2 \quad \min$$

$$y_M = 2.828$$

$$p = d^2 = 12$$

$$d = \sqrt{12}$$

נקודה M

$$x = 2$$

$$y = 2\sqrt{x}$$

$$y = 2\sqrt{2} = 2.828$$

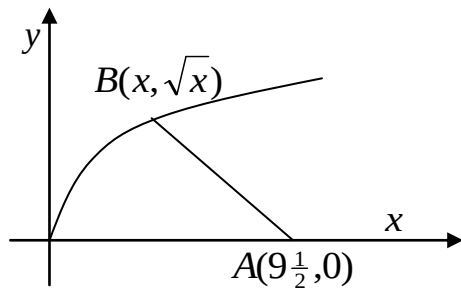
$$M(2, 2.828)$$

תשובה סופית:

$$d = \sqrt{12} \quad (\text{ב})$$

$$x = 2 \quad \min \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 29: מבחן בגרות 35003 מועד מרץ תשס"ט 2009



נתון גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{x}$

על ציר ה- x נתונה הנקודה $A(9\frac{1}{2}, 0)$

B היא נקודה כלשהיא על גרף הפונקציה (ראה ציור)

(א) מה צריך להיות שיעור ה- x של הנקודה B .

כדי שריבוע המרחק AB יהיה מינימלי.

(ב) חשב את ריבוע המרחק המינימלי של AB .

פתרון:

1. **משפט המטרה:** ריבוע המרחק המינימלי של AB .

2. **נוסחת המטרה:** $p = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

3. **נוסחת עזר:** $B(x, \sqrt{x})$ $A(9\frac{1}{2}, 0)$

4. **פונקציית המטרה** $P = (x - 9.5)^2 + (\sqrt{x} - 0)^2$

$$P = x^2 - 19x + 90.25 + x$$

$$p = x^2 - 18x + 90.25$$

הפונקציה

$$p = x^2 - 18x + 90.25$$

$$x = 9$$

$$p = (9)^2 - 18(9) + 90.25$$

$$p = 9.25$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 2x - 18$$

$$p' = 0$$

$$0 = 2x - 18$$

$$2x = 18$$

$$x = 9$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$f'(x) = +2 \cup \min$$

נקודה B

$$x = 9$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{9} = 3$$

$$B(9, 3)$$

ריכוז התשובות

$$x = 9 \quad \min$$

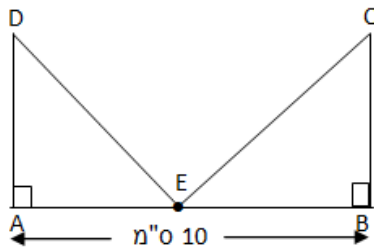
$$y_B = 3$$

$$p = 9.25$$

תשובה סופית:

$$AB^2 = 9.25 \min \quad (\text{ב}) \quad x_B = 9 \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 30: מבחן בגרות 35003 מועד פברואר תש"ע 2010



בציור שלפניך AB הוא קטע שאורכו 10 ס"מ.

נתון $CB \perp AB$ $DA \perp AB$

E היא נקודה על הקטע AB כך שמתקיים

$$EB = CB \quad AE = DA$$

נסמן ב-x את אורך הקטע AE.

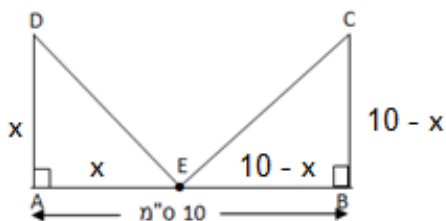
(א) (1) בטא באמצעות x את האורך של DA ואת האורך של CB.

(2) בטא באמצעות x את CE^2 ואת DE^2 .

(ב) מה צריך להיות הערך של x כדי שהסכום $DE^2 + CE^2$ יהיה מינימלי?

(ג) מצא את הערך המינימלי של הסכום $DE^2 + CE^2$

פתרון:



1. **משפט המטרה:** הערך המינימלי של הסכום $DE^2 + CE^2$

2. **נוסחת המטרה:** $p = DE^2 + CE^2 \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:**

$$\begin{aligned} DE^2 &= x^2 + x^2 \\ DE^2 &= 2x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CE^2 &= (10-x)^2 + (10-x)^2 \\ CE^2 &= 100 - 20x + x^2 + 100 - 20x + x^2 \\ CE^2 &= 2x^2 - 40x + 200 \end{aligned}$$

4. **פונקציית המטרה:** $P = DE^2 + CE^2$

$$P = 2x^2 + 2x^2 - 40x + 200$$

$$p = 4x^2 - 40x + 200$$

הפונקציה

$$\begin{aligned} p &= 4x^2 - 40x + 200 \\ x &= 5 \\ p &= 4(5)^2 - 40(5) + 200 \\ p &= 100 \end{aligned}$$

נגזרת ראשונה

$$\begin{aligned} P' &= 8x - 40 \\ P' &= 0 \\ 0 &= 8x - 40 \\ 8x &= 40 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

נגזרת שנייה

$$\begin{aligned} \text{Max/min} \\ p''(x) &= +8 \cup \min \end{aligned}$$

ריכוז התשובות

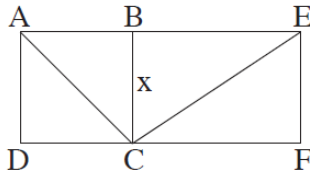
$$\begin{aligned} x &= 5 \quad \min \\ p &= 100 \end{aligned}$$

תשובה סופית:

$$DA = x, CB = 10 - x \quad (1\text{א}) \quad DE^2 = 2x^2, CE^2 = 2x^2 - 40x + 200 \quad (2\text{א})$$

$$DE^2 + CE^2 = 100 \quad (3) \quad x = 5 \quad (3\text{ב})$$

שאלה מספר 31: מבחן בגרות 35803 מועד ב קיץ תשע"א 2011 .



הקטע BC (המסומן ב - x) הוא צלע משותפת של הריבוע ABCD ושל המלבן BEFC (ראה ציור) נתון כי אורך הקטע AE הוא 10 ס"מ.

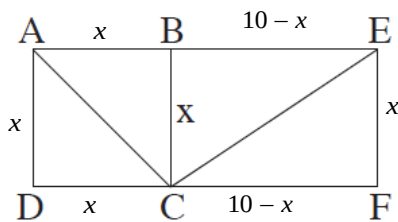
(א) (1) הבע באמצעות x את אורך הקטע BE.

(2) הבע באמצעות x את CE^2 (ריבוע האלכסון המלבן)

(ב) מצא את אורך הקטע BC שעבורו הסכום $AC^2 + CE^2$ הוא מינימלי

(ג) מצא את הערך המינימלי של הסכום $AC^2 + CE^2$

פתרון:



1. **משפט המטרה:** הערך המינימלי של הסכום $AC^2 + CE^2$

2. **נוסחת המטרה:** $p = AC^2 + CE^2 \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** CE^2

$$\begin{aligned} AC^2 &= x^2 + x^2 \\ AC^2 &= 2x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CE^2 &= x^2 + (10 - x)^2 \\ CE^2 &= x^2 + 100 - 20x + x^2 \\ CE^2 &= 2x^2 - 20x + 100 \end{aligned}$$

4. **פונקציית המטרה** $P = AC^2 + CE^2$

$$P = 2x^2 + 2x^2 - 20x + 100$$

$$p = 4x^2 - 20x + 100$$

הפונקציה

$$p = 4x^2 - 20x + 100$$

$$x = 2.5$$

$$p = 4(2.5)^2 - 20(2.5) + 100$$

$$p = 75$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 8x - 20$$

$$p' = 0$$

$$0 = 8x - 20$$

$$8x = 20$$

$$x = 2.5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = +8 \cup \min$$

ריכוז התשובות

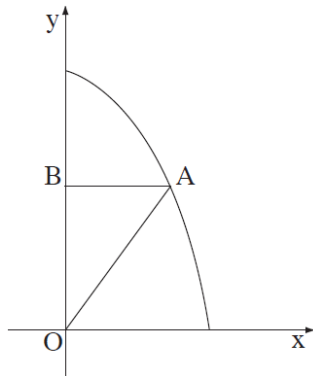
$$x = 2.5 \quad \min$$

$$p = 75$$

תשובה סופית

$$AC^2 + CE^2 = 75 \quad (ג) \quad BC = 2.5 \quad (ב) \quad CE^2 = 2x^2 - 20x + 100 \quad (א) \quad BE = 10 - x \quad (א)$$

3. פונקציות עם שטח והיקף



שאלה מספר 32: מבחן בגרות 35803 מועד א קיץ תשע"א 2011

נתון גרף הפונקציה $y = -x^2 + 27$ ברביע הראשון.

ישר המקביל לציר ה- x חותך את גרף הפונקציה

בנקודה A שנמצאת ברביע הראשון,

ואת ציר ה- y בנקודה B.

מחברים את הנקודה A עם ראשית הצירים O. (ראה ציור)

(א) מה צריך להיות אורך הקטע AB

כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי?

(ב) מהו השטח המקסימלי של משולש AOB?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שטח המשולש AOB יהיה מקסימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{x \cdot y}{2} \Rightarrow \max$

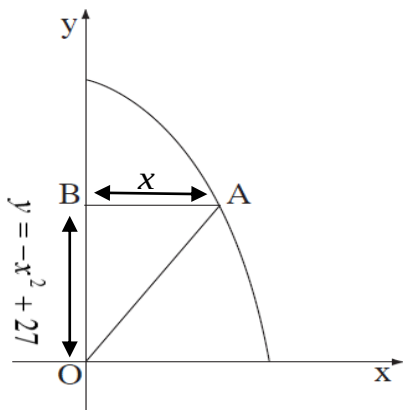
3. **נוסחת עזר:** $y = -x^2 + 27$

4. **פונקציית המטרה** $S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{x \cdot y}{2} \Rightarrow \max$

$$p = \frac{(x) \cdot (-x^2 + 27)}{2}$$

$$p = \frac{-1x^3 + 27x}{2} = \frac{-1x^3}{2} + \frac{27x}{2}$$

$$p = -0.5x^3 + 13.5x$$



הפונקציה

$$P = -0.5x^3 + 13.5x$$

$$x = 3$$

$$P = -0.5(3)^3 + 13.5(3)$$

$$P = 27$$

נגזרת ראשונה

$$P' = -1.5x^2 + 13.5$$

$$P' = 0$$

$$0 = -1.5x^2 + 13.5$$

$$1.5x^2 = 13.5$$

$$x^2 = 9 \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{9}$$

$$x_1 = +3 \quad x_2 = -3$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = -3x$$

$$P''(3) = -3(3) = -9 \cap \max$$

$$P''(-3) = -3(-3) = +9 \cup \min$$

ריכוז התשובות

$$x = 3 \quad \max$$

$$y_A = 18$$

$$p = 27$$

$$x = 3$$

$$y_A = -x^2 + 27 = -(3)^2 + 27 = 18$$

$$A(3,18)$$

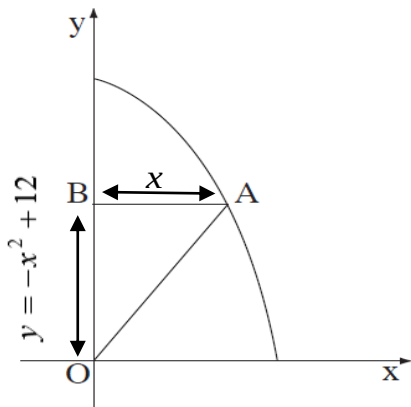
תשובה סופית :

(ב.) $S = 27 \quad \max$

(א) $AB = 3 \quad \max$

פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ – יוסי דהן"

בכתובת : <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

שאלה מספר 33: מבחן בגרות 35003 מועד חצב ברק תשס"ח 2008

- נתונה הפרבולה $y = -x^2 + 12$.
 ישר המקביל לציר ה- x חותך את הפרבולה
 בנקודות A ואת ציר ה- y הנקודה B (ראה ציור).
 נסמן את ראשית הצירים ב- O .
א. מה צריך להיות אורך הקטע AB ,
 כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי?
ב. מהו השטח המקסימלי של משולש AOB ?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שטח המשולש AOB יהיה מקסימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{x \cdot y}{2} \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $y = -x^2 + 12$

4. **פונקציית המטרה** $S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{x \cdot y}{2} \Rightarrow \max$

$$p = \frac{(x) \cdot (-x^2 + 12)}{2}$$

$$p = \frac{-1x^3 + 12x}{2} = \frac{-1x^3}{2} + \frac{12x}{2}$$

$$p = -0.5x^3 + 6x$$

הפונקציה

$$P = -0.5x^3 + 6x$$

$$x = 2$$

$$P = -0.5(2)^3 + 6(2)$$

$$P = 8$$

נגזרת ראשונה

$$P' = -1.5x^2 + 6$$

$$P' = 0$$

$$0 = -1.5x^2 + 6$$

$$1.5x^2 = 6$$

$$x^2 = 4 \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{4}$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -2$$

נגזרת שנייה**Max/min**

$$P''(x) = -3x$$

$$P''(2) = -3(2) = -6 \cap \max$$

$$P''(-2) = -3(-2) = +6 \cup \min$$

ריכוז התשובות

$$x = 2 \quad \max$$

$$y_A = 8$$

$$p = 8$$

$$x = 2$$

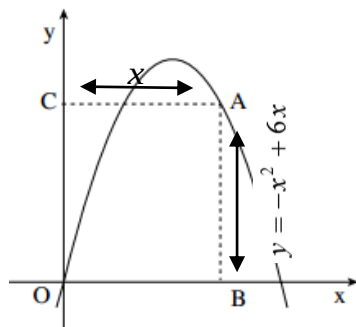
$$y_A = -x^2 + 12 = -(2)^2 + 12 = 8$$

$$A(2,8)$$

תשובה סופית:

$$S = 8 \quad \max \quad (ב) \quad AB = 2 \quad \max \quad (א)$$

שאלה מספר 34: מבחן בגרות 35003 מועד ב' קיץ תשס"ז 2007



מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה $y = -x^2 + 6x$,
ברביע הראשון, מורידים מהנקודה אנכים לצירים,
ונוצר מלבן ABOC. (ראה ציור)
א. מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה A
כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי?
ב. חשב את היקף המקסימלי של המלבן.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** היקף המלבן יהיה מקסימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $y = -x^2 + 6x$

4. **פונקציית המטרה:** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \max$

$$P = 2(x) + 2(-x^2 + 6x)$$

$$p = 2x - 2x^2 + 12x$$

$$p = -2x^2 + 14x$$

הפונקציה

$$p = -2x^2 + 14x$$

$$x = 3.5$$

$$p = -2(3.5)^2 + 14(3.5)$$

$$p = 24.5$$

נגזרת ראשונה

$$p' = -4x + 14$$

$$p' = 0$$

$$0 = -4x + 14$$

$$4x = 14$$

$$x = 3.5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = -4 < 0 \Rightarrow \max$$

ריכוז התשובות

$$x = 3.5 \quad \max$$

$$y_A = 8.75$$

$$p = 24.5$$

מציאת y

$$x = 3.5$$

$$y_A = -x^2 + 6x = -(3.5)^2 + 6(3.5) = 8.75$$

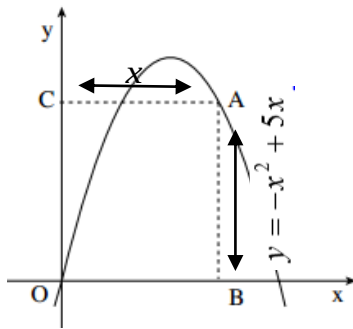
$$A(3.5, 8.75)$$

תשובה סופית:

$$P = 24.5 \quad \max \quad \text{(ב.)}$$

$$x_A = 3.5 \quad \max \quad \text{(א.)}$$

שאלה מספר 35: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תש"ע 2010



- נקודה A שברביע הראשון,
נמצאת על גרף הפונקציה $y = -x^2 + 5x$,
מנקודה A מורידים אנכים לצירים,
ונוצר מלבן ABOC.
O – ראשית הצירים (ראה ציור)
(א) מה צריך להיות שיעור הנקודה A
כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי?
(ב) מצא את היקף המקסימלי של המלבן?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** היקף המלבן יהיה מקסימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $y = -x^2 + 5x$

4. **פונקציית המטרה** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \max$

$$P = 2(x) + 2(-x^2 + 5x)$$

$$p = 2x - 2x^2 + 10x$$

$$p = -2x^2 + 12x$$

הפונקציה

$$p = -2x^2 + 12x$$

$$x = 3$$

$$p = -2(3)^2 + 12(3)$$

$$p = 18$$

נגזרת ראשונה

$$p' = -4x + 12$$

$$p' = 0$$

$$0 = -4x + 12$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = -4 \cap \max$$

נקודה A

$$x = 3$$

$$y = -x^2 + 5x = -(3)^2 + 5(3) = 6$$

$$A(3,6)$$

סיכום התשובות

$$x = 3 \quad \max$$

$$y_A = 6$$

$$p = 18$$

תשובה סופית:

$$P = 18 \quad \max \quad (ב) \quad A(3,6) \quad (א)$$

שאלה מספר 36: מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר תש"ע 2010

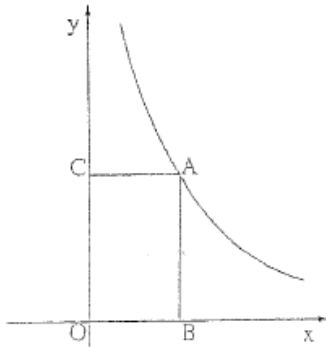
נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $y = \frac{4}{x}$ ברביע הראשון.

מהנקודה A מורידים אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABOC (ראה ציור)

(א) מצא את שיעורי ה-x של הנקודה A

שעבורו מתקבל מלבן בעל היקף מינימלי.

(ב) מצא את ההיקף המינימלי של המלבן.



פתרון:

1. **משפט המטרה:** היקף המינימלי של המלבן

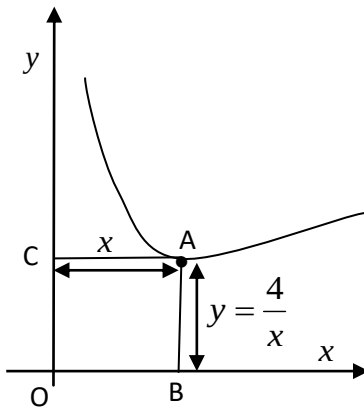
2. **נוסחת המטרה:** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $y = \frac{4}{x}$

4. **פונקציית המטרה:** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \min$

$$P = 2(x) + 2\left(\frac{4}{x}\right)$$

$$p = 2x + \frac{8}{x}$$



הפונקציה

$$p = 2x + \frac{8}{x}$$

$$x = 2$$

$$p = 2(2) + \frac{8}{(2)}$$

$$p = 8$$

ריכוז התשובות

$$x = 2 \quad \min$$

$$y_A = 2$$

$$p = 8$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 2 - \frac{8 \cdot 1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 2 - \frac{8}{x^2}$$

$$2 = \frac{8}{x^2}$$

$$2x^2 = 8$$

$$2x^2 = 8 : 2$$

$$x^2 = 4$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{4}$$

$$x_1 = +2 \quad x_2 = -2$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p'(x) = +\frac{8 \cdot 2}{x^3} = +\frac{16}{x^3}$$

$$p'(+2) = +\frac{16}{(+2)^3} = +2 \cup \min$$

$$p'(-2) = +\frac{16}{(-2)^3} = -2 \cap \max$$

נקודה A

$$x = 2$$

$$y = \frac{4}{x} = \frac{4}{(2)} = 2$$

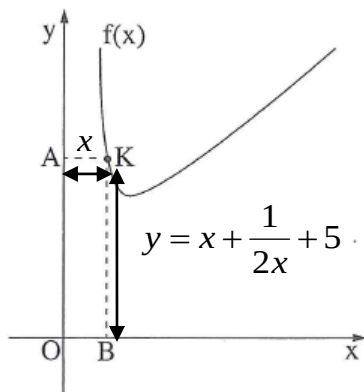
$$A(2,2)$$

תשובה סופית:

$$x = 2 \quad (\text{א})$$

$$p = 8 \quad (\text{ב})$$

שאלה מספר 37 : מבחן בגרות 35803 מועד ב קיץ תשע"ד 2014.



בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה

$$f(x) = x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} + 5 \quad \text{בתחום } x > 0$$

מנקודה K, הנמצאת על גרף הפונקציה,

מעבירים אנכים לצירים כך שנוצר מלבן AKBO

(O – ראשית הצירים)

א. הבע את האורכים של צלעות המלבן AK ו-KB

באמצעות שיעור ה-x של הנקודה K.

ב. מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה K

כדי שהיקף המלבן AKBO יהיה מינימלי ?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** היקף המלבן הוא מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $y = x + \frac{1}{2x} + 5$

4. **פונקציית המטרה** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \min$

$$P = 2(x) + 2\left(x + \frac{1}{2x} + 5\right)$$

$$p = 2x + 2x + \frac{2}{2x} + 10$$

$$p = 4x + \frac{1}{x} + 10$$

הפונקציה

$$p = 4x + \frac{1}{x} + 10$$

$$x = 0.5$$

$$p = 4(0.5) + \frac{1}{(0.5)} + 10$$

$$p = 14$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 4 - \frac{1 \cdot 1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 4 - \frac{1}{x^2}$$

$$4 = \frac{1}{x^2}$$

$$4x^2 = 1 : 4$$

$$x^2 = 0.25$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{0.25}$$

$$x_1 = +0.5 \quad x_2 = -0.5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = + \frac{1 \cdot 2}{x^3} = + \frac{2}{x^3}$$

$$p''(+0.5) = + \frac{2}{(+0.5)^3} = +4 \cup \min$$

$$p''(-0.5) = + \frac{2}{(-0.5)^3} = -4 \cap \max$$

נקודה K

$$x = 0.5$$

$$y = x + \frac{1}{2x} + 5 = (0.5) + \frac{1}{2(0.5)} + 5 = 6.5$$

$$P(0.5, 6.5)$$

סיכום התשובות

$$x = 0.5 \quad \min$$

$$y_p = 6.5$$

$$p = 14$$

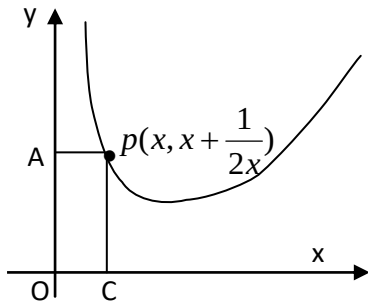
תשובה סופית:

$$x = 0.5 \quad \min \quad (\text{ב}) \quad AK = x \quad BK = y = x + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x} + 5 \quad (\text{א})$$

פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ – יוסי דהן"

בכתובת: <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

שאלה מספר 38: מבחן בגרות 35003 מועד חצב / ברק תשס"ה 2005



נתונה הפונקציה $f(x) = x + \frac{1}{2x}$ ברביע הראשון ($0 < x$)

מנקודה p שעל גרף הפונקציה בהורידו אנכים לצירים ונוצר המלבן APCO (O ראשית הצירים).

(א) נסמן ב- x את שיעור ה- x של הנקודה p (ראה ציור).

בטא באמצעות x את היקף המלבן APCO.

(ב) מבין כל המלבנים APCO הנוצרים באופן שתואר מצא את x שעבורו היקף המלבן הוא מינימלי.

פתרון:

1. משפט המטרה: היקף המלבן הוא מינימלי

2. נוסחת המטרה: $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \min$

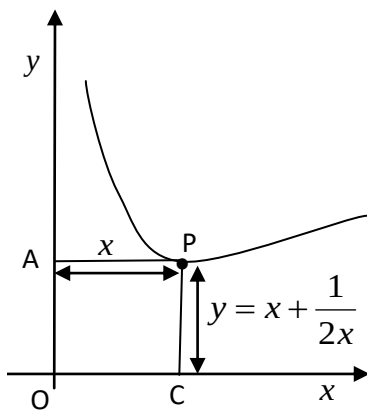
3. נוסחת עזר: $y = x + \frac{1}{2x}$

4. פונקציית המטרה: $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \min$

$$P = 2(x) + 2(x + \frac{1}{2x})$$

$$p = 2x + 2x + \frac{2}{2x}$$

$$p = 4x + \frac{1}{x}$$



הפונקציה

$$p = 4x + \frac{1}{x}$$

$$x = 0.5$$

$$p = 4(0.5) + \frac{1}{(0.5)}$$

$$p = 4$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 4 - \frac{1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 4 - \frac{1}{x^2}$$

$$4 = \frac{1}{x^2}$$

$$4x^2 = 1/4$$

$$x^2 = 0.25$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{0.25}$$

$$x_1 = +0.5 \quad x_2 = -0.5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = +\frac{1 \cdot 2}{x^3} = +\frac{2}{x^3}$$

$$p''(+0.5) = \frac{2}{(+0.5)^3} = +8 \cup \min$$

$$p''(-0.5) = \frac{2}{(+0.5)^3} = -8 \cap \max$$

נקודה P

$$x = 0.5$$

$$y = x + \frac{1}{2x} = (0.5) + \frac{1}{2(0.5)} = 1.5$$

$$P(0.5, 1.5)$$

סיכום התשובות

$$x = 0.5 \quad \min$$

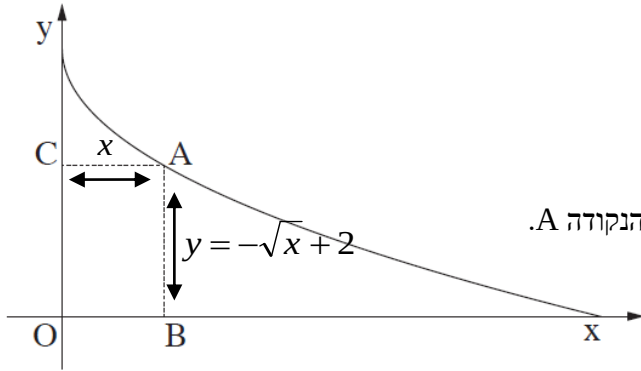
$$y_p = 1.5$$

$$p = 4$$

תשובה סופית:

$$x = 0.5 \quad \min \quad (ב) \quad p = 4x + \frac{1}{x} \quad (א)$$

שאלה מספר 39: מבחן בגרות 35803 מועד א קיץ תשע"ב 2012.



בציור שלפניך נתון גרף הפונקציה

$$f(x) = -\sqrt{x} + 2$$

מנקודה A שעל גרף הפונקציה

מעבירים אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABOC

(א). הבע את היקף המלבן באמצעות שיעור ה- x של הנקודה A.

(ב). (1) מה צריך להיות הערך של x

כדי שהיקף המלבן ABOC יהיה מינימלי ?

(2) מצא את ההיקף המינימלי של המלבן.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** היקף המלבן ABOC יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $y = -\sqrt{x} + 2$

4. **פונקציית המטרה** $p = 2a + 2b = 2x + 2y \Rightarrow \min$

$$P = 2(x) + 2(-\sqrt{x} + 2)$$

$$p = 2x - 2\sqrt{x} + 4$$

הפונקציה

$$p = 2x - 2\sqrt{x} + 4$$

$$x = 0.25$$

$$p = 2(0.25) - 2\sqrt{0.25} + 4$$

$$p = 3.5$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 2 - \frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{x}}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = 2$$

$$1 = 2\sqrt{x} \quad / : 2$$

$$0.5 = \sqrt{x} \quad ()^2$$

$$(0.5)^2 = (\sqrt{x})^2$$

$$x = 0.25$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p' = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$p' = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}$$

(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)

$$p''(x) = \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$p''(+0.25) = \frac{1}{\sqrt{0.25}} = +2 \cup \min$$

נקודה A

$$x = 0.25$$

$$y = -\sqrt{x} + 2 = -\sqrt{0.25} + 2 = 1.5$$

$$A(0.25, 1.5)$$

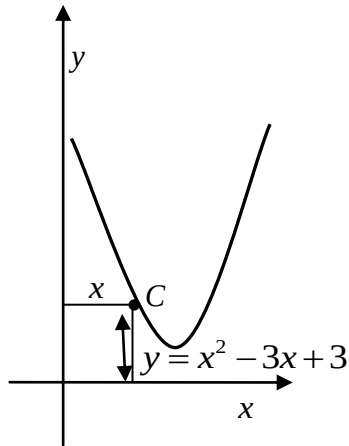
תשובה סופית:

$$3\frac{1}{2} \quad (\text{ב2})$$

$$x = \frac{1}{4} \quad (\text{ב1})$$

$$2x - 2\sqrt{x} + 4 \quad (\text{א.})$$

שאלה מספר 40: מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשע"ב 2012



- בציור שלפניך נתונה הפונקציה $y = x^2 - 3x + 3$
- (א.) C היא נקודה על גרף הפונקציה
מצא את שיעורי ה- x של הנקודה C .
שעבורו **סכום השיעורים של C הוא מינימלי**.
- (ב.) מצא את הסכום המינימלי של שיעורי נקודה C .
- (ג.) דרך הנקודה C שמצאת בסעיף א העבירו אנך לציר ה- x
ואנך לציר ה- y . האנכים יוצרים מרובע עם הצירים.
מצא את שטח המרובע.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** **סכום השיעורים של C הוא מינימלי**

2. **נוסחת המטרה:** $p = x_C + y_C \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $y = x^2 - 3x + 3$

4. **פונקציית המטרה** $p = x_C + y_C \Rightarrow \min$

$$P = x + x^2 - 3x + 3$$

$$p = x^2 - 2x + 3$$

הפונקציה

$$p = x^2 - 2x + 3$$

$$x = 1$$

$$p = (1)^2 - 2(1) + 3$$

$$p = 2$$

ריכוז התשובות

$$x = 1 \quad \min$$

$$y_C = 1$$

$$p = 2$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 2x - 2$$

$$p' = 0$$

$$0 = 2x - 2$$

$$2 = 2x$$

$$x = 1$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = +2 \cup \min$$

נקודה C

$$y = x^2 - 3x + 3$$

$$y = (1)^2 - 3(1) + 3 = 1$$

$$C(1,1)$$

ב. דרך הנקודה C שמצאת בסעיף א העבירו אנך לציר ה- x ואנך לציר ה- y . האנכים יוצרים מרובע עם הצירים. מצא את שטח המרובע.

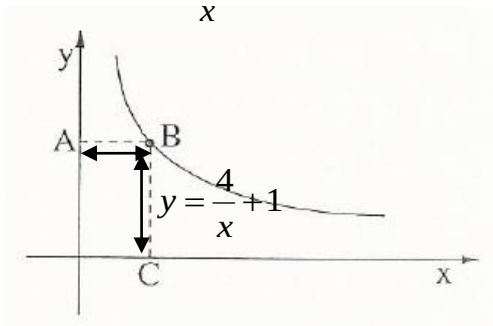
שטח המרובע

$$S = 1 \cdot 1 = 1$$

תשובה סופית :

$$S = 1 \cdot 1 = 1 \quad (ג) \quad p = 2 \quad (ב) \quad C(1,1) \min \quad (א)$$

שאלה מספר 41: מבחן בגרות 35803 מועד פברואר תשע"ה 2015.



$$f(x) = \frac{4}{x} + 1$$

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x} + 1$.
מנקודה B שעל גרף הפונקציה ברביע הראשון, מעבירים אנכים BC ו-AC לצירים, כמתואר בציור.

א. הבע את סכום האורכים $AB + BC$ באמצעות שיעור ה- x של הנקודה B.

ב. מה צריך להיות שיעור ה- x של הנקודה B כדי שסכום האורכים $AB + BC$ יהיה מינימלי?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שסכום האורכים $AB + BC$ יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = AB + BC = x + y \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $y = \frac{4}{x} + 1$

4. **פונקציית המטרה** $p = x + y = x + \left(\frac{4}{x} + 1\right) \Rightarrow \min$

$$p = x + \frac{4}{x} + 1$$

הפונקציה

$$p = x + \frac{4}{x} + 1$$

$$x = 2$$

$$p = (2) + \frac{4}{(2)} + 1$$

$$p = 5$$

סיכום התשובות

$$x = 2 \quad \min$$

$$y_p = 3$$

$$p = 5$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 1 - \frac{4 \cdot 1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 1 - \frac{4}{x^2}$$

$$1 = \frac{4}{x^2}$$

$$1x^2 = 4$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{4}$$

$$x_1 = +2 \quad x_2 = -2$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = +\frac{4 \cdot 2}{x^3} = +\frac{8}{x^3}$$

$$p''(+2) = +\frac{8}{(+2)^3} = +1 \cup \min$$

$$p''(-2) = +\frac{8}{(-2)^3} = -1 \cap \max$$

נקודה B

$$x = 2$$

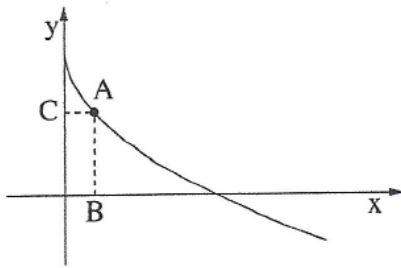
$$y = \frac{4}{x} + 1 = \frac{4}{(2)} + 1 = 3$$

$$B(2, 3)$$

תשובה סופית:

(א) $p = x + \frac{4}{x} + 1$ (ב) $\min$ $x = 2$

שאלה מספר 42 : מבחן בגרות 35803 מועד פברואר תשע"ד 2014



בציור שלפניך נתון גרף הפונקציה $f(x) = -\sqrt{x} + 1$.
 מנקודה A שעל גרף הפונקציה ברביע הראשון מעבירים
 אנכים AC ו-AB לצירים, כמתואר בציור.
 א. הבע את סכום האורכים $AC+AB$ באמצעות
 שיעור ה- x של הנקודה A.
 ב. מה צריך להיות שיעור ה- x של הנקודה A
 כדי שסכום האורכים $AC+AB$ יהיה מינימלי?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שסכום האורכים $AC+AB$ יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = AC + AB = x + y \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $y = -\sqrt{x} + 1$

4. **פונקציית המטרה** $p = x + y = x + (-\sqrt{x} + 1) \Rightarrow \min$

$$p = x - \sqrt{x} + 1$$

הפונקציה

$$\begin{aligned} P &= x - \sqrt{x} + 1 \\ x &= 0.25 \\ P &= 0.25 - \sqrt{0.25} + 1 \\ P &= 0.75 \end{aligned}$$

סיכום התשובות

$$\begin{aligned} x &= 0.25 & \min \\ y &= 0.5 \\ p &= 0.75 \end{aligned}$$

נגזרת ראשונה

$$\begin{aligned} P' &= 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ P' &= 0 \\ 0 &= 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ \frac{1}{2\sqrt{x}} &= 1 \\ 1 &= 2\sqrt{x} \\ 1 &= 2\sqrt{x} \quad / : 2 \\ 0.5 &= \sqrt{x} \quad / ()^2 \\ 0.25 &= x \end{aligned}$$

נגזרת שנייה

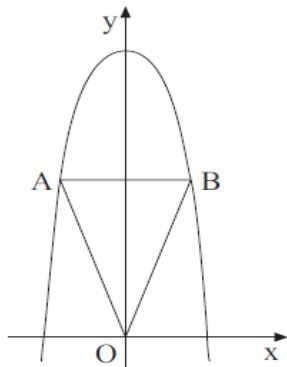
$$\begin{aligned} \max/\min \\ P' &= 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} / 2\sqrt{x} \\ P' &= \frac{2\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x}} \\ \text{(מספיק לגזור את המונה כדי לקבוע את סוג הקיצון)} \\ f''(x) &= \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}} \\ f''(2) &= \frac{1}{\sqrt{0.25}} = +2 \cap \min \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= -\sqrt{x} + 1 \\ x &= 0.25 \\ y &= -\sqrt{0.25} + 1 \\ y &= 0.5 \end{aligned}$$

תשובה סופית:

$$x = 0.25 \quad (ב) \quad x - \sqrt{x} + 1 \quad (א)$$

שאלה מספר 43: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ו 2006



- נתונה הפרבולה $y = -x^2 + 27$.
 מעבירים ישר המקביל לציר ה- x חותך את הפרבולה
 בנקודות A ו-B (ראה ציור).
 א. סמן ב- x את שיעור ה- x של הנקודה B
 (הנמצאת ברביע הראשון),
 ובטא באמצעות x את אורך הקטע AB
 ואת שטח המשולש AOB. (O היא ראשית הצירים)
 ב. מה צריך להיות שיעור ה- x של נקודה B,
 כדי ששטח משולש AOB יהיה מקסימלי?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שטח משולש AOB יהיה מקסימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{2x \cdot y}{2} \Rightarrow \max$

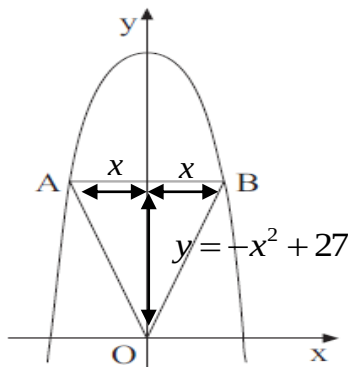
3. **נוסחת עזר:** $y = -x^2 + 27$

4. **פונקציית המטרה** $S = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{2x \cdot y}{2}$

$$p = \frac{(2x) \cdot (-x^2 + 27)}{2}$$

$$p = \frac{-2x^3 + 54x}{2} = -\frac{2x^3}{2} + \frac{54x}{2}$$

$$p = -x^3 + 27x$$



הפונקציה

$$\begin{aligned} p &= -x^3 + 27x \\ x &= 3 \\ p &= -(3)^3 + 27(3) \\ p &= 54 \end{aligned}$$

ריכוז התשובות

$$\begin{aligned} x &= 3 \quad \max \\ y_B &= 18 \\ p &= 54 \end{aligned}$$

נגזרת ראשונה

$$\begin{aligned} p' &= -3x^2 + 27 \\ p' &= 0 \\ 0 &= -3x^2 + 27 \\ 3x^2 &= 27 \\ x^2 &= 9 \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{9} \\ x_1 &= 3 \quad x_2 = -3 \end{aligned}$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$\begin{aligned} p''(x) &= -6x \\ p''(+3) &= -6(+3) = -18 \cap \max \\ p''(-3) &= -6(-3) = +18 \cup \min \end{aligned}$$

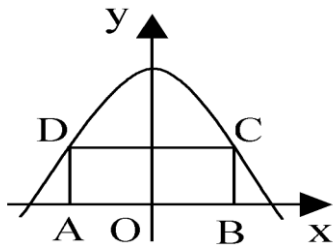
נקודה B

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 27 \\ y &= -(3)^2 + 27 = 18 \\ B &= (3, 18) \end{aligned}$$

תשובה סופית :

(א) $AB = 2x \quad S = -x^3 + 27x$ (ב.) $x = 3 \quad \max$ $S_{AOB} = 54 \quad \max$

שאלה מספר 44:



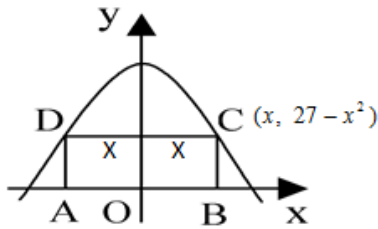
- חוסמים בפרבולה $y = 27 - x^2$ מלבן ABCD ,
 כך שהצלע AB מונחת על ציר ה- x (ראה ציור).
 (א) סמן ב- x את שיעור ה- x של הנקודה C
 ובטא באמצעות x את אורכי הצלעות CD ו-BC.
 (ב) מצא את אורך הצלע CD שעבורו שטח המלבן ABCD יהיה מקסימלי?
 (ג) חשב את השטח המקסימלי של המלבן?

פתרון:

1. משפט המטרה: שטח המלבן ABCD יהיה מקסימלי

2. נוסחת המטרה: $p = a \cdot b = 2x \cdot y \Rightarrow \max$

3. נוסחת עזר: $y = 27 - x^2$



4. פונקציית המטרה $p = a \cdot b = 2x \cdot y$

$$p = (2x) \cdot (27 - x^2)$$

$$p = 54x - 2x^3$$

הפונקציה

$$p = 54x - 2x^3$$

$$x = 3$$

$$p = 54(3) - 2(3)^3$$

$$p = 108$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 54 - 6x^2$$

$$p' = 0$$

$$0 = 54 - 6x^2$$

$$6x^2 = 54$$

$$x^2 = 9 \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{9}$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = -3$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = -12x$$

$$p''(+3) = -12(+3) = -36 \cap \max$$

$$p''(-3) = -12(-3) = +36 \cup \min$$

ריכוז התשובות

$$x = 3 \quad \max$$

$$y_C = 18$$

$$p = 108$$

נקודה C

$$y = 27 - x^2$$

$$y = 27 - (3)^2 = 18$$

$$C(3, 18)$$

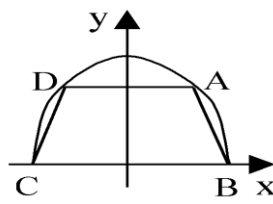
תשובה סופית :

$$S = 108 \quad \max \quad (\text{ג})$$

$$CD = 2x = 2 \cdot 3 = 6 \quad (\text{ב})$$

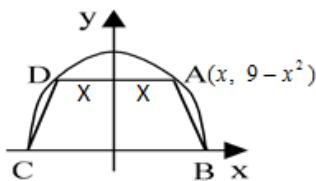
$$DC = 2x \quad BC = 27 - x^2 \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 45:



- נתון טרפז ABCD החסום בין גרף הפרבולה $y = 9 - x^2$ לבין ציר ה- x כך שנקודה A נמצאת ברביע הראשון (ראה ציור).
- (א) סמן ב- x את שיעור ה- x של הנקודה A ובטא באמצעות x את אורך הצלע AD
- (ב) מצא את הנקודות C ו-B וחשב את אורך הצלע BC.
- (ג) מצא את שיעורי הנקודה A כדי ששטח הטרפז ABCD יהיה מקסימלי?
- (ד) חשב את השטח המקסימלי של טרפז ABCD.

פתרון:



1. **משפט המטרה:** השטח המקסימלי של טרפז ABCD.

2. **נוסחת המטרה:**
$$p = \frac{(a+b) \cdot h}{2} = \frac{(2x+BC) \cdot y}{2} \Rightarrow \max$$

3. **נוסחת עזר:** $y = 9 - x^2$

מרחק CB

$$y = 9 - x^2 \Rightarrow y = 0$$

$$0 = 9 - x^2 \Rightarrow x^2 = 9$$

$$x_1 = +3 \quad x_2 = -3$$

$$d_{BC} = 6$$

4. **פונקציית המטרה**
$$p = \frac{(2x+BC) \cdot y}{2} = \frac{(2x+6) \cdot (9-x^2)}{2}$$

$$p = \frac{18x}{2} - \frac{2x^3}{2} + \frac{54}{2} - \frac{6x^2}{2}$$

$$p = 9x - x^3 + 27 - 3x^2$$

$$p = -x^3 - 3x^2 + 9x + 27$$

הפונקציה

$$p = -x^3 - 3x^2 + 9x + 27$$

$$x = 1$$

$$p = -1(1)^3 - 3(1)^2 + 9(1) + 27$$

$$p = 32$$

ריכוז התשובות

$$x = 1 \quad \max$$

$$y_A = 8$$

$$p = 32$$

נגזרת ראשונה

$$p' = -3x^2 - 6x + 9$$

$$p' = 0$$

$$0 = -3x^2 - 6x + 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{36 - 4(-3)(9)}}{2(-3)}$$

$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 12}{-6}$$

$$x^2 = -3 \quad x_{1,2} = \pm \sqrt{9}$$

$$x_1 = -3 \quad x_2 = 1$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = -6x - 6$$

$$p''(+1) = -6(+1) - 6 = -12 \cap \max$$

$$p''(-3) = -6(-3) - 6 = +12 \cup \min$$

נקודה A

$$x = 1$$

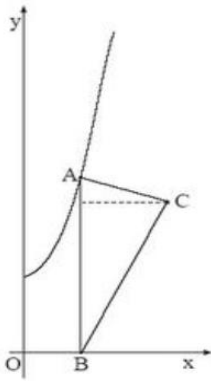
$$y = 9 - x^2$$

$$y = 9 - (1)^2 = 8$$

$$A(1,8)$$

תשובה סופית :

(א) $AD = 2x$ (ב) $BC = 6$ (ג) $A(1,8)$ (ד) $\max S = 32$



- שאלה מספר 46:** מבחן בגרות 35003 מועד מרץ תשס"ו 2006
נתונה הפונקציה $y = x^2 + 3$ ברביע הראשון והנקודה $C(5, 6)$
מנקודה A, המונחת על גרף הפונקציה משמאל לנקודה C.
מורידים אנך החותך את ציר ה-x בנקודה B (ראה ציור)
א. חשב את שיעורי הנקודה A
ב. מהו השטח המקסימלי של המשולש ABC?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** השטח המקסימלי של המשולש ABC

2. **נוסחת המטרה:** $p = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{y \cdot (5-x)}{2} \Rightarrow \max$

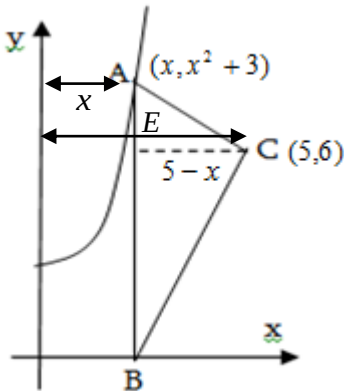
3. **נוסחת עזר:** $y = x^2 + 3$

4. **פונקציית המטרה** $P = \frac{(x^2 + 3) \cdot (5-x)}{2}$

$$P = \frac{5x^2 - x^3 + 15 - 3x}{2}$$

$$p = -\frac{x^3}{2} + \frac{5x^2}{2} - \frac{3x}{2} + \frac{15}{2}$$

$$P = -0.5x^3 + 2.5x^2 - 1.5x + 7.5$$



הפונקציה

$$P = -0.5x^3 + 2.5x^2 - 1.5x + 7.5$$

$$x = 3$$

$$P = -0.5(3)^3 + 2.5(3)^2 - 1.5(3) + 7.5$$

$$P = 12$$

ריכוז התשובות

$$x = 3 \quad \max$$

$$y_A = 12$$

$$p = 12$$

נגזרת ראשונה

$$P' = -1.5x^2 + 5x - 1.5$$

$$P' = 0$$

$$0 = -1.5x^2 + 5x - 1.5$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(-1.5)(-1.5)}}{2(-1.5)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 4}{-3}$$

$$x_1 = 3 \quad x_2 = \frac{1}{3}$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = -3x + 5$$

$$P''(+3) = -3(+3) + 5 = -4 \cap \max$$

$$P''\left(\frac{1}{3}\right) = -3\left(\frac{1}{3}\right) + 5 = +4 \cup \min$$

נקודה A

$$x = 3$$

$$y = x^2 + 3$$

$$y = (3)^2 + 3 = 12$$

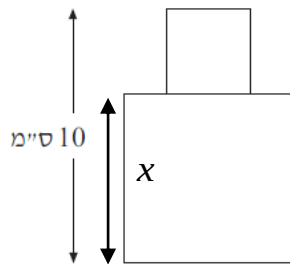
$$A(3, 12)$$

תשובה סופית :

$$S = 12 \quad \max \quad (\text{ב}) \quad A(3, 12) \quad (\text{א})$$

5. צורות הנדסיות

שאלה מספר 47: מבחן בגרות 35003 מועד ב' קיץ תשס"ה 2005



הצורה המוצגת בצויר מורכבת משני ריבועים המונחים זה על זה. גובה הצורה הוא 10 ס"מ (ראה צויר)
 (א) סמן ב- x את צלע הריבוע התחתון והבע באמצעות x את שטח הריבוע העליון ואת שטח הריבוע התחתון.
 (ב) מה צריך להיות אורך הצלע של הריבוע התחתון כדי ששטח הצורה (סכום השטחים) יהיה מינימלי?

פתרון:

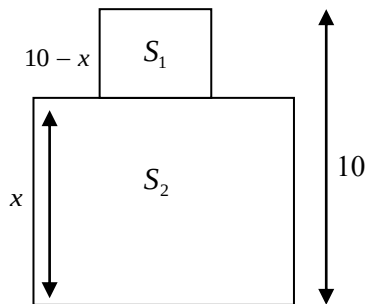
1. **משפט המטרה:** ששטח הצורה (סכום השטחים) יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = S_1 + S_2 \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $S_1 = (10 - x)^2$ $S_2 = (x)^2$

4. **פונקציית המטרה**

$$\begin{aligned} p &= S_1 + S_2 \\ p &= (10 - x)^2 + x^2 \\ P &= 100 - 20x + x^2 + x^2 \\ P &= 2x^2 - 20x + 100 \end{aligned}$$



הפונקציה

$$\begin{aligned} P &= 2x^2 - 20x + 100 \\ x &= 5 \\ P &= 2(5)^2 - 20(5) + 100 \\ P &= 50 \end{aligned}$$

נגזרת ראשונה

$$\begin{aligned} P' &= 4x - 20 \\ P' &= 0 \\ 0 &= 4x - 20 \\ 4x &= 20 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

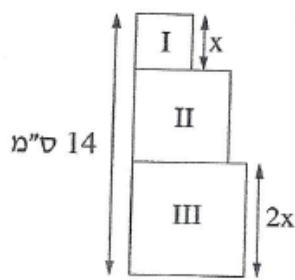
נגזרת שנייה

$$\begin{aligned} \text{Max/min} \\ P'' &= +4 \cup \min \end{aligned}$$

תשובה סופית:

$$x = 5 \quad \text{(ב)} \quad S = (10 - x)^2 \quad S = x^2 \quad \text{(א)}$$

שאלה מספר 48: מבחן בגרות 35803 מועד חצב ברק תשע"ד 2014.



הצורה המוצגת בציור שלפניך מורכבת משלושה ריבועים I, II, III. המונחים זה על זה, כמתואר בציור.

גובה הצורה כולה הוא 14 ס"מ.

אורך הצלע של ריבוע I הוא x ס"מ.

אורך הצלע של ריבוע III הוא 2x ס"מ.

א. (1) הבע באמצעות x את אורך הצלע של הריבוע II.

(2) הבע באמצעות x את סכום השטחים של שלושת הריבועים.

ב. מה צריך להיות שיעור ה-x כדי שהשטח של הצורה המורכבת משלושת הריבועים יהיה מינימלי.

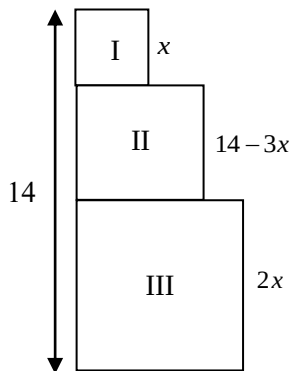
פתרון:

1. **משפט המטרה:** שהשטח של הצורה המורכבת משלושת הריבועים יהיה מינימלי.

2. **נוסחת המטרה:** $p = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $II = 14 - x - 2x = 14 - 3x$

4. **פונקציית המטרה**



$$S_1 = (x \cdot x) = x^1$$

$$S_2 = (14 - 3x)^2 = 196 - 84x + 9x^2$$

$$S_3 = (2x \cdot 2x) = 4x^2$$

$$p = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow \min$$

$$p = x^2 + (14 - 3x)^2 + (2x)^2$$

$$P = x^2 + 196 - 84x + 9x^2 + 4x^2$$

$$P = 14x^2 - 84x + 196$$

הפונקציה

$$P = 14x^2 - 84x + 196$$

$$x = 3$$

$$P = 14(3)^2 - 84(3) + 196$$

$$P = 70$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 28x - 84$$

$$P' = 0$$

$$0 = 28x - 84$$

$$28x = 84$$

$$x = 3$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P'' = +28 \cup \min$$

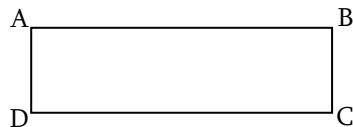
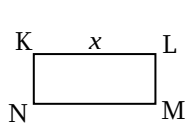
תשובה סופית:

$$x = 3 \quad \text{(ב)}$$

$$P = 14x^2 - 84x + 196 \quad \text{(א2)}$$

$$14 - 3x \quad \text{(א)}$$

שאלה מספר 49: מבחן בגרות 35003 מועד אוקטובר תשס"ט 2009



בציור שלפניך שני מלבנים
מלבן ABCD ומלבן KLMN.
נסמן ב- x את אורך הצלע KL.
נתון $AB = 2 \cdot KL$,
היקף המלבן KLMN הוא 10.

היקף המלבן ABCD גדול פי 2 מהיקף המלבן KLMN.

(א) בטא באמצעות x את אורכי הצלעות של שני המלבנים.

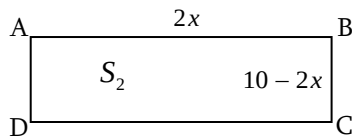
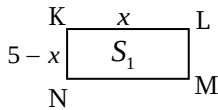
(ב) מה צריך להיות הערך של x כדי שסכום השטחים של שני המלבנים יהיה מקסימלי.

(ג) חשב את השטח המקסימלי

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שסכום השטחים של שני המלבנים יהיה מקסימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = S_1 + S_2 \Rightarrow \max$



מלבן ABCD

$$p = 2a + 2b$$

$$a = 2x$$

$$20 = 2 \cdot 2x + 2b$$

$$2b = 20 - 4x$$

$$b = 10 - 2x$$

מלבן KLMN

$$p = 2a + 2b$$

$$a = x$$

$$10 = 2x + 2b$$

$$2b = 10 - 2x$$

$$b = 5 - x$$

3. **נוסחת עזר:**

$$p = S_1 + S_2$$

$$P = (x) \cdot (5 - x) + (2x) \cdot (10 - 2x)$$

$$P = 5x - x^2 + 20x - 4x^2$$

$$P = 25x - 5x^2$$

4. **פונקציית המטרה**

הפונקציה

$$P = 25x - 5x^2$$

$$x = 2.5$$

$$P = 25(2.5) - 5(2.5)^2$$

$$P = 31.25$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 25 - 10x$$

$$P' = 0$$

$$0 = 25 - 10x$$

$$10x = 25$$

$$x = 2.5$$

נגזרת שנייה

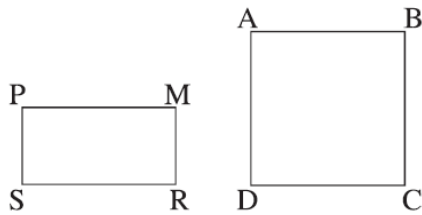
Max/min

$$P''(x) = -10 \cap \max$$

תשובה סופית:

$$S = 31.25 \quad \max \quad (ג) \quad x = 2.5 \quad \max \quad (ב) \quad x, (5 - x) \quad (2א) \quad 2x, (10 - 2x) \quad (1א)$$

שאלה מספר 50: מבחן בגרות 35803 מועד ד' תשע"ד 2014.



נתונים שני מלבנים ABCD ו-PMRS (ראה ציור).

נתון: $BC = 2x$, $MR = x$,

$AB + BC = 60$ ס"מ, $PM = AB$

(א) הבע באמצעות x את אורך הצלע AB.

(ב) הבע באמצעות x את **סכום** שטחי המלבנים.

(ג) חשב את ערך ה- x שעבורו **סכום שטחי המלבנים יהיה מקסימלי**.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** סכום שטחי המלבנים יהיה מקסימלי.

2. **נוסחת המטרה:** $p = S_1 + S_2 \Rightarrow \max$

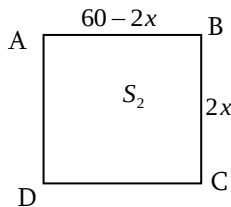
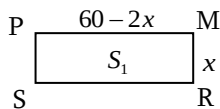
$$AB + BC = 60$$

$$BC = 2x$$

$$AB = 60 - 2x$$

3. **נוסחת עזר:**

4. **פונקציית המטרה:** $p = S_1 + S_2$



מלבן ABCD

$$S_2 = a \cdot b$$

$$S_2 = 2x \cdot (60 - 2x)$$

$$S_2 = 120x - 4x^2$$

סכום השטחים

$$P = S_1 + S_2$$

$$p = 120x - 4x^2 + 60x - 2x^2$$

$$p = -6x^2 + 180x$$

מלבן PMRS

$$S_1 = a \cdot b$$

$$S_1 = x \cdot (60 - 2x)$$

$$S_1 = 60x - 2x^2$$

הפונקציה

$$P = -6x^2 + 180x$$

$$x = 15$$

$$P = -6(15)^2 + 180(15)$$

$$P = 1350$$

נגזרת ראשונה

$$P' = -12x + 180$$

$$P' = 0$$

$$0 = -12x + 180$$

$$12x = 180$$

$$x = 15$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = -12 \cap \max$$

תשובה סופית:

(א) $AB = 60 - 2x$ (ב) $p = -6x^2 + 180x$ (ג) $x = 15 \max$

שאלה מספר 51: מבחן בגרות 35803 מועד חורף תשע"ד 2014..

נתונים שני מלבנים ABCD ו-PQRS (ראה ציור)
נתון: $AB + BC = 30$ ס"מ (סכום אורכי הצלעות AB ו-BC הוא 30 ס"מ)

$$AB = PQ$$

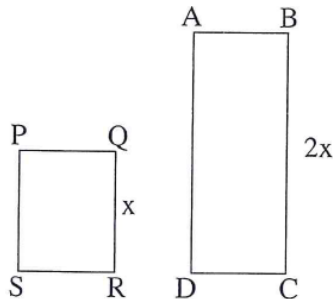
$$QR = x$$

$$BC = 2x$$

א. (1) הבע באמצעות x את אורך הצלע AB.

(2) הבע באמצעות x את סכום שטחי המלבנים.

ב. מה צריך להיות x כדי שסכום שטחי המלבנים יהיה מקסימלי?



פתרון:

1. משפט המטרה: **שסכום שטחי המלבנים יהיה מקסימלי**

$$p = S_1 + S_2 \Rightarrow \max$$

2. נוסחת המטרה:

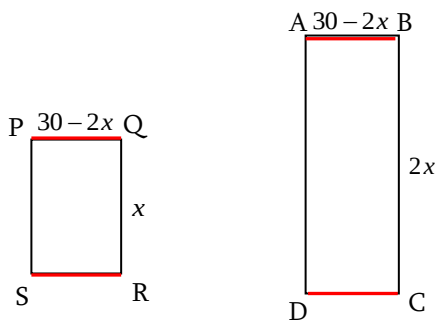
3. נוסחת עזר:

מלבן ABCD

$$30 = AB + BC$$

$$30 = AB + 2x$$

$$30 - 2x = AB$$



$$p = S_1 + S_2$$

$$p = [x \cdot (30 - 2x)] + [2x \cdot (30 - 2x)]$$

$$p = [30x - 2x^2] + [60x - 4x^2]$$

$$p = 90x - 6x^2$$

$$P = 90x - 6x^2$$

הפונקציה

$$P = 90x - 6x^2$$

$$x = 7.5$$

$$P = 90 \cdot (7.5) - 6 \cdot (7.5)^2$$

$$P = 337.5$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 90 - 12x$$

$$P' = 0$$

$$0 = 90 - 12x$$

$$12x = 90$$

$$x = 7.5$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = -12 \cap \max$$

סיכום התשובות

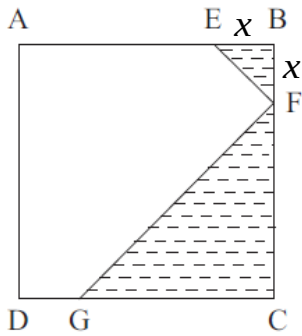
$$x = 7.5 \quad \max$$

$$p = 337.5$$

תשובה סופית:

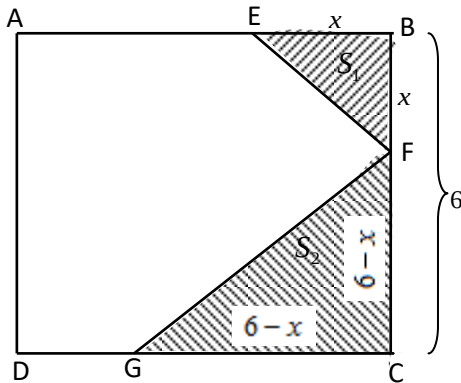
$$(א) \quad 30 - 2x \quad (ב) \quad -6x^2 + 90x \quad (ג) \quad x = 7.5$$

שאלה מספר 52: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ה 2005



- בריבוע ABCD הנקודות E, F, G נמצאות על הצלעות AB, BC, DC בהתאמה, כך ש- $BE = BF$ ו- $CF = CG$ (ראה ציור) נתון כי האורך של צלע הריבוע הוא 6 ס"מ.
- (א) סמן ב- x את BF ואת BE והבע באמצעות x את הסכום של שטחי המשולשים EBF ו- FCG (השטח המקווקו)
- (ב) (1) מצא את x שעבורו סכום שטחי המשולשים הוא מינימלי.
(2) חשב את הסכום המינימלי של שטחי המשולשים.

פתרון:



1. **משפט המטרה:** סכום שטחי המשולשים הוא מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = S_1 + S_2 \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** שטח משולש ABF שטח משולש GCF

$$S = \frac{(6-x)(6-x)}{2} \quad S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S = \frac{36 - 6x - 6x + x^2}{2} \quad S = \frac{x \cdot x}{2}$$

$$S_{GCE} = \frac{36 - 12x + x^2}{2} \quad S_{ABF} = \frac{x^2}{2}$$

פונקציית המטרה

$$p = \left(\frac{x^2}{2}\right) + \left(\frac{36 - 12x + x^2}{2}\right)$$

$$p = \frac{x^2 + 36 - 12x + x^2}{2}$$

$$P = x^2 - 6x + 18$$

הפונקציה

$$P = x^2 - 6x + 18$$

$$x = 3$$

$$P = (3)^2 - 6(3) + 18$$

$$P = 9$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 2x - 6$$

$$P' = 0$$

$$0 = 2x - 6$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

נגזרת שנייה

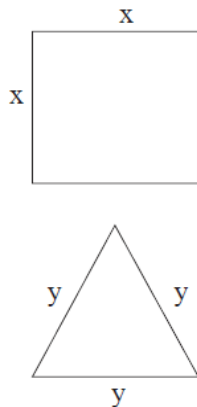
Max/min

$$P''(x) = +2 \cup \min$$

תשובה סופית:

$$p = x^2 - 6x + 18 \quad (א) \quad x = 3 \quad \min \quad (ב) \quad S = 9 \quad \min \quad (ג)$$

שאלה מספר 53: מבחן בגרות 35803 מועד א' קיץ תשס"ט 2009



בציורים שלפניך מוצגים ריבוע שצלעו x ומשולש שווה צלעות שצלעו y .
מכפלת צלע הריבוע בצלע המשולש היא 12.
(א) y בטא את x באמצעות x .

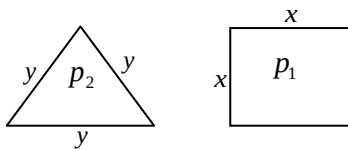
(2) בטא באמצעות x את הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש.

(ב) מצא עבור איזה ערך של x הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש מינימלי.

(ג) חשב את הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש המינימלי.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש הוא מינימלי.



2. **נוסחת המטרה:** $p = p_1 + p_2 \Rightarrow \min$

3. **נוסחת עזר:** $x \cdot y = 3 \quad y = \frac{3}{x}$

4. **פונקציית המטרה:**
 $p = p_1 + p_2$
 $p = 4x + 3y$

$$p = 4x + 3\left(\frac{12}{x}\right)$$

$$p = 4x + \frac{36}{x}$$

הפונקציה

$$p = 4x + \frac{36}{x}$$

$$x = 3$$

$$p = 4(3) + \frac{36}{(3)}$$

$$p = 24$$

נגזרת ראשונה

$$p' = 4 - \frac{36 \cdot 1}{x^2}$$

$$p' = 0$$

$$0 = 4 - \frac{36}{x^2}$$

$$4 = \frac{36}{x^2}$$

$$4x^2 = 36 : 4$$

$$x^2 = 9$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{9}$$

$$x_1 = +3 \quad x_2 = -3$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$p''(x) = +\frac{36 \cdot 2}{x^3} = +\frac{72}{x^3}$$

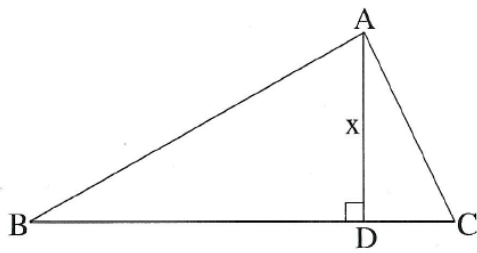
$$p''(+3) = +\frac{72}{(+3)^3} = +2\frac{2}{3} \cup \min$$

$$p''(-3) = +\frac{72}{(-3)^3} = -2\frac{2}{3} \cap \max$$

תשובה סופית:

$$P = 24 \quad \min \quad (ג) \quad x = 3 \quad \min \quad (ב) \quad P = \frac{36}{x} + 4x \quad (2א) \quad y = \frac{12}{x} \quad (1א)$$

שאלה מספר 54: מבחן בגרות 35803 מועד פברואר תשע"ג 2013.



בציור שלפניך נתון משולש ABC.

AD הוא הגובה לצלע BC.

נתון כי 14 ס"מ $AD + BC =$

(א) נסמן ב x את אורך AD.

הבע באמצעות x את אורך הצלע BC.

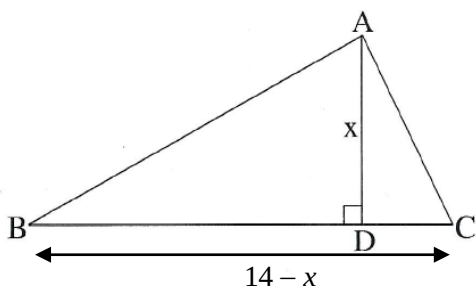
(2) מה צריך להיות ערכו של x כדי

ששטח המשולש ABC יהיה מקסימלי?

(ב) מהו שטחו המקסימלי של משולש ABC?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שטח המשולש ABC יהיה מקסימלי



2. **נוסחת המטרה:** $p = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{BC \cdot x}{2} \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $AD + BC = 14$

$BC = 14 - x$

4. **פונקציית המטרה** $p = \frac{(14 - x) \cdot x}{2}$

$p = \frac{14x - x^2}{2} = \frac{14x}{2} - \frac{x^2}{2}$

$p = 7x - 0.5x^2$

הפונקציה

$p = 7x - 0.5x^2$

$x = 7$

$p = 7(7) - 0.5(7)^2$

$p = 24.5$

נגזרת ראשונה

$p' = 7 - x$

$p' = 0$

$0 = 7 - x$

$x = 7$

נגזרת שנייה

Max/min

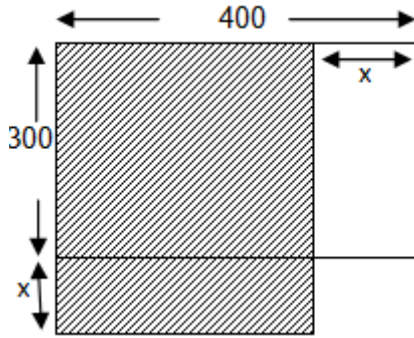
$p''(x) = -1 < 0 \Rightarrow \max$

תשובה סופית:

$S = 24.5 \max$ (ב2)

$x = 7 \max$ (1ב)

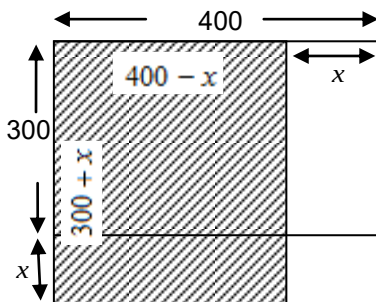
$BC = 14 - x$ (1א)

שאלה מספר 55: מבחן בגרות 35003 מועד א' קיץ תשס"ט 2009

- למר ישראלי חלקת אדמה בצורת מלבן שאורכו 400 מטר ורוחבו 300 מטר.
מר ישראלי רוצה לקצר את האורך של החלקה ב- x מטר, ולהאריך את רוחבה ב- x מטר.
כך שתתקבל חלקה חדשה (השטח המקווקו בציור)
(א) הביע באמצעות x את השטח החדש
(ב) מצא את הערך של x שעבורו שטח החלקה החדשה יהיה מקסימלי.
(ג) חשב את שטח החלקה החדשה המקסימלי

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שטח החלקה החדשה יהיה מקסימלי.



2. **נוסחת המטרה:** $p = a \cdot b \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:**

רוחב חדש	אורך החדש
$300 + x$	$400 - x$

4. **פונקציית המטרה**

$$p = a \cdot b$$

$$P = (400 - x) \cdot (300 + x)$$

$$P = 120,000 + 400x - 300x - x^2$$

$$P = 120,000 + 100x - x^2$$

הפונקציה

$$P = 120,000 + 100x - x^2$$

$$x = 50$$

$$P = 120,000 + 100(50) - (50)^2$$

$$P = 122,500$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 100 - 2x$$

$$P' = 0$$

$$0 = 100 - 2x$$

$$2x = 100$$

$$x = 50$$

נגזרת שנייה

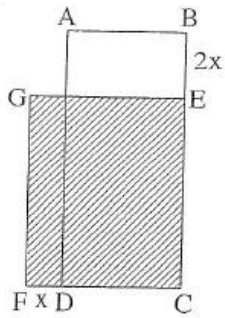
Max/min

$$P''(x) = -2 \cap \max$$

תשובה סופית:

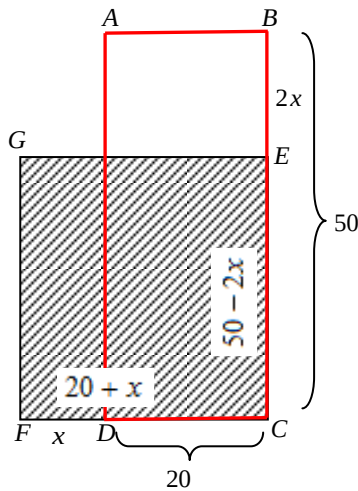
(א) $S_T = -x^2 + 100x + 120000$ (ב) $x = 50 \quad \max$ (ג) $S = 122,500 \quad \max$

שאלה מספר 56: מבחן בגרות 35003 מועד פברואר תשע"ב 2012



- נתון מלבן ABCD שבו $BC = 50$ ס"מ, $DC = 20$ ס"מ. מאריכים את הצלע DC ב- x ס"מ, ומקצרים את הצלע BC ב- $2x$ ס"מ. כך שנוצר מלבן FCEG (כמתואר בציור).
- בטא באמצעות x את אורכי הצלעות EC ו- FC של המלבן FCEG.
 - בטא באמצעות x את שטח המלבן FCEG.
 - מצא את הערך של x שעבורו שטח המלבן FCEG הוא מקסימלי.
 - מצא את שטח המלבן FCEG ששטחו מקסימלי.

פתרון:



1. **משפט המטרה:** שטח המלבן FCEG הוא מקסימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = a \cdot b \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** אורך EC: $50 - 2x$ אורך FC: $20 + x$

4. **פונקציית המטרה**

$$p = a \cdot b$$

$$P = (50 - 2x) \cdot (20 + x)$$

$$P = 1,000 + 50x - 40x - 2x^2$$

$$P = 1,000 + 10x - 2x^2$$

הפונקציה

$$P = 1,000 + 10x - 2x^2$$

$$x = 2.5$$

$$P = 1,000 + 10(2.5) - 2(2.5)^2$$

$$P = 1,102.5$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 10 - 4x$$

$$P' = 0$$

$$0 = 10 - 4x$$

$$4x = 10$$

$$x = 2.5$$

נגזרת שנייה

Max/min

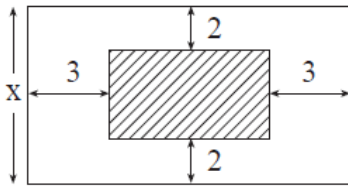
$$P''(x) = -4 \cap \max$$

תשובה סופית:

$$S_{FCEG} = -2x^2 + 10x + 1000 \quad (ב) \quad EC = 50 - 2x \quad FC = 20 + x \quad (א)$$

$$S = 1012.5 \quad (2ג) \quad x = 2.5 \quad (1ג)$$

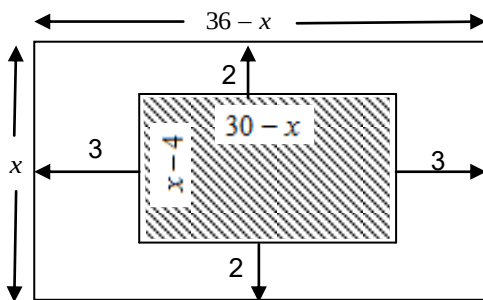
שאלה מספר 57: מבחן בגרות 35003 מועד א' קיץ תשס"ד 2004



- בתוך מלבן חיצוני שהיקפו 72 ס"מ נמצא מלבן פנימי שצלעותיו מקבילות לצלעות המלבן החיצוני. רוחב השוליים הצרים 2 ס"מ מכל צד, ורוחב השוליים הרחבים הוא 3 ס"מ מכל צד ראה ציור.
- א. נסמן ב x את רוחב המלבן החיצוני (כמסומן בציור). הבע באמצעות x את אורך המלבן החיצוני ואת שטח המלבן הפנימי. מצא את x שעבורו שטח המלבן הפנימי הוא המקסימלי.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שטח המלבן הפנימי הוא המקסימלי



$$p = a \cdot b \Rightarrow \max$$

2. **נוסחת המטרה:**

$$p = 2a + 2b$$

3. **נוסחת עזר:**

$$a = x$$

$$72 = 2x + 2b$$

$$b = \frac{72}{2} - \frac{2x}{2}$$

$$b = 36 - x$$

רוחב המלבן הפנימי

$$x - 2 - 2$$

$$x - 4$$

אורך המלבן הפנימי

$$36 - x - 3 - 3$$

$$30 - x$$

פונקציית המטרה

$$p = a \cdot b$$

$$P = (x - 4) \cdot (30 - x)$$

$$P = -x^2 + 30x - 120 + 4x$$

$$P = -x^2 + 34x - 120$$

הפונקציה

$$p = -x^2 + 34x - 120$$

$$x = 17$$

$$p = -(17)^2 + 34(17) - 120$$

$$p = 169$$

נגזרת ראשונה

$$p' = -2x + 34$$

$$p' = 0$$

$$0 = -2x + 34$$

$$2x = 34$$

$$x = 17$$

נגזרת שנייה

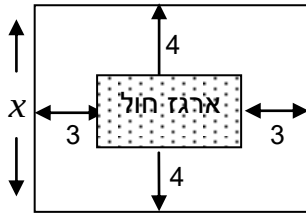
Max/min

$$p'' = -2 < 0 \Rightarrow \max$$

תשובה סופית:

$$x = 17 \quad \max \quad (ב) \quad S = -x^2 + 34x - 120 \quad y = 36 - x \quad (א)$$

שאלה מספר 58: מבחן בגרות 35003 מועד אוקטובר תשס"ז 2007

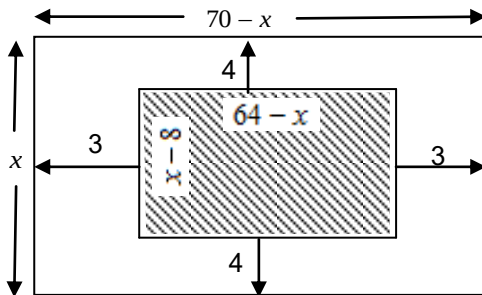


היקפו של מגרש משחקים שצורתו מלבן הוא 140 מטר. במרכזו בנו ארגז חול בצורת מלבן ומסביב לארגז החול שתלו דשא בכל שטח המגרש שנותר כמתואר בסרטוט. (א) נסמן ב x את רוחב המגרש החיצוני (כמסומן בציור). הבע באמצעות x את אורך המגרש החיצוני ואת שטח ארגז החול.

- (א) מה צריכים להיות האורך והרוחב של מגרש המשחקים כדי ששטח ארגז החול יהיה מקסימלי?
(ב) מהו השטח המקסימלי של ארגז החול?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** ששטח ארגז החול יהיה מקסימלי



2. **נוסחת המטרה:** $p = a \cdot b \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $p = 2a + 2b$

$$\begin{aligned} a &= x \\ 140 &= 2x + 2b \\ b &= \frac{140}{2} - \frac{2x}{2} \\ b &= 70 - x \end{aligned}$$

רוחב המלבן הפנימי

$$\begin{aligned} x - 4 - 4 \\ x - 8 \end{aligned}$$

אורך המלבן הפנימי

$$\begin{aligned} 70 - x - 3 - 3 \\ 64 - x \end{aligned}$$

פונקציית המטרה $p = a \cdot b$

$$\begin{aligned} p &= (x-8) \cdot (64-x) \\ p &= -x^2 + 64x - 512 + 8x \\ p &= -x^2 + 72x - 512 \end{aligned}$$

הפונקציה

$$\begin{aligned} p &= -x^2 + 72x - 512 \\ x &= 36 \\ p &= -(36)^2 + 72(36) - 512 \\ p &= 784 \end{aligned}$$

נגזרת ראשונה

$$\begin{aligned} p' &= -2x + 72 \\ p' &= 0 \\ 0 &= -2x + 72 \\ 2x &= 72 \\ x &= 36 \end{aligned}$$

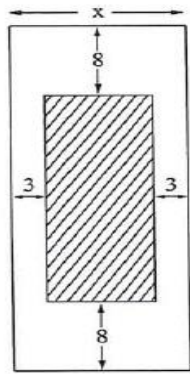
נגזרת שנייה

Max/min
 $p'' = -2 \cap \max$

תשובה סופית:

(א) 34 מטר, 36 מטר (ב) 784 מ"ר

שאלה מספר 59: מבחן בגרות 35803 מועד ג קיץ תשע"ד 2014.



שטח של כל עמוד בחוברת פרסום למוצרי קוסמטיקה צריך להיות 600 סמ"ר

סמן ב- x את רוחב העמוד, וענה על הסעיפים א – ב.
(א) הבע באמצעות x את אורך העמוד.

רוחב השוליים בראש העמוד ובתחתיתו צריך להיות 8 ס"מ. ורוחב השוליים בצדדים צריך להיות 3 ס"מ. (ראה ציור).

(ב) (1) הבע באמצעות x את השטח המיועד לדפוס (השטח המקווקו בציור)

(ב) (2) מה צריך להיות x ,

כדי שהשטח המיועד לדפוס יהיה מקסימלי.

(השטח המקווקו בציור)

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שהשטח המיועד לדפוס יהיה מקסימלי

2. **נוסחת המטרה:**

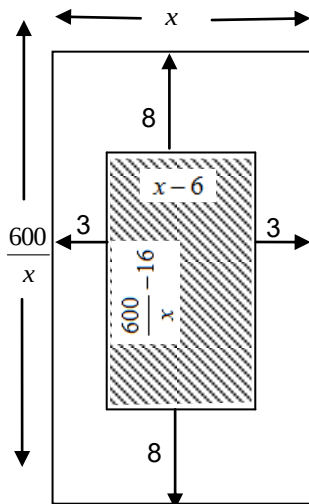
$$p = a \cdot b \Rightarrow \max$$

$$S = a \cdot b$$

$$600 = x \cdot y$$

$$y = \frac{600}{x}$$

3. **נוסחת עזר:**



רוחב המלבן הפנימי

$$\frac{600}{x} - 8 - 8$$

$$\frac{600}{x} - 16$$

$$P = (x-6) \cdot \left(\frac{600}{x} - 16\right)$$

$$P = \frac{600 \cdot x}{x} - 16x - \frac{6 \cdot 600}{x} + 96$$

$$P = 600 - 16x - \frac{3600}{x} + 96$$

$$P = 696 - 16x - \frac{3600}{x}$$

אורך המלבן הפנימי

$$x - 3 - 3$$

$$x - 6$$

פונקציית המטרה

הפונקציה

$$P = 696 - 16x - \frac{3600}{x}$$

$$x = 15$$

$$P = 696 - 16(15) - \frac{3600}{(15)}$$

$$P = 216$$

נגזרת ראשונה

$$P' = -16 + \frac{3600 \cdot 1}{x^2}$$

$$P' = 0$$

$$0 = -16 + \frac{3600}{x^2}$$

$$16 = \frac{3600}{x^2}$$

$$16x^2 = 3600 : 16$$

$$x^2 = 225$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{225}$$

$$x_1 = +15 \quad x_2 = -15$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = -\frac{3600 \cdot 2}{x^3} = -\frac{7200}{x^3}$$

$$P''(-15) = -\frac{7200}{(-15)^3} = +2 \frac{2}{15} \cup \min$$

$$P''(+15) = -\frac{7200}{(+15)^3} = -2 \frac{2}{15} \cap \max$$

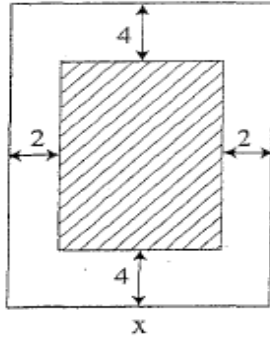
תשובה סופית:

$$x = 15 \quad \text{MAX (ב2)} \quad S = 696 - 16x - \frac{3600}{x} \quad \text{(ב1)} \quad y = \frac{600}{x} \quad \text{(א)}$$

פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ – יוסי דהן"

בכתובת: <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

שאלה מספר 60: מבחן בגרות 35003 מועד פברואר תשס"ח 2008.



במרכז כרזה מלבנית **ששטחה 800 סמ"ר**

מדפיסים תמונה (השטח המקווקו בציור)

רוחב השוליים בראש הכרזה ובתחתיתה הוא 4 ס"מ.

ורוחב השוליים בצדי הכרזה הוא 2 ס"מ (ראה ציור)

נסמן את רוחב הכרזה ב- x .

(א) נסמן ב- x את רוחב המלבן החיצוני (כמסומן בציור).

הבע באמצעות x את אורך המלבן החיצוני

ואת שטח המלבן הפנימי.

(ב) מה צריך להיות x , כדי **ששטח התמונה יהיה מקסימלי**.

(ג) מהו גודל השטח המקסימלי של התמונה ?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שטח התמונה יהיה מקסימלי

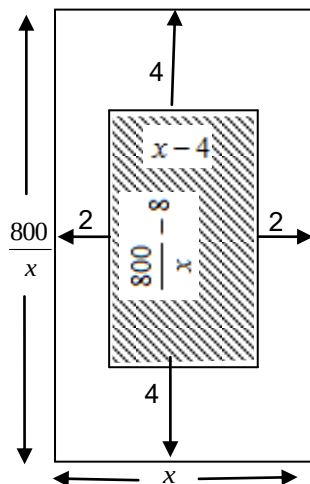
2. **נוסחת המטרה:** $p = a \cdot b \Rightarrow \max$

$$S = a \cdot b$$

$$800 = x \cdot y$$

$$y = \frac{800}{x}$$

3. **נוסחת עזר:**



רוחב המלבן הפנימי

$$\frac{800}{x} - 4 - 4$$

$$\frac{800}{x} - 8$$

$$P = (x - 4) \cdot \left(\frac{800}{x} - 8 \right)$$

$$P = \frac{800 \cdot x}{x} - 8x - \frac{4 \cdot 800}{x} + 32$$

$$P = 800 - 8x - \frac{3200}{x} + 32$$

$$P = 832 - 8x - \frac{3200}{x}$$

אורך המלבן הפנימי

$$x - 2 - 2$$

$$x - 4$$

פונקציית המטרה

הפונקציה

$$P = 832 - 8x - \frac{3200}{x}$$

$$x = 20$$

$$P = 832 - 8(20) - \frac{3200}{(20)}$$

$$P = 512$$

נגזרת ראשונה

$$P' = -8 + \frac{3200 \cdot 1}{x^2}$$

$$P' = 0$$

$$0 = -8 + \frac{3200}{x^2}$$

$$8 = \frac{3200}{x^2}$$

$$8x^2 = 3200 : 8$$

$$x^2 = 400$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{400}$$

$$x_1 = +20 \quad x_2 = -20$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = -\frac{3200 \cdot 2}{x^3} = -\frac{6400}{x^3}$$

$$P''(-20) = -\frac{6400}{(-20)^3} = +\frac{4}{5} \cup \min$$

$$P''(+20) = -\frac{6400}{(+20)^3} = -\frac{4}{5} \cup \max$$

תשובה סופית:

$$S = 512 \quad (ג)$$

$$x = 20 \quad \max \quad (ב)$$

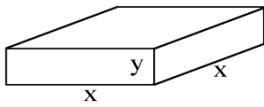
$$S = 832 - 8x - \frac{3200}{x}$$

$$b = \frac{800}{x} \quad (א)$$

פתרונות מלאים ניתן למצוא באתר "מתמטיקה באומץ - יוסי דהן"

בכתובת : <https://sites.google.com/site/matematikabomez/home>

שאלה מספר 61: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ח 2008



בונים תיבה. גובה y ס"מ, ובסיסה ריבוע, שאורך צלעו x ס"מ. היקף של הפאה הצדדית שווה ל 18 ס"מ

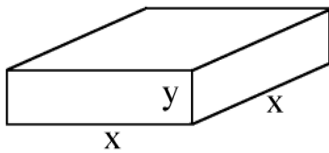
(א) הבע באמצעות x את גובה התיבה y

(ב) מה צריך להיות האורך של צלע הבסיס כדי שנפח התיבה יהיה מקסימלי?

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שנפח התיבה יהיה מקסימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = x \cdot x \cdot y \Rightarrow \max$



$$2x + 2y = 18$$

3. **נוסחת עזר:**

$$y = \frac{18}{2} - \frac{2x}{2}$$

$$y = 9 - x$$

4. **פונקציית המטרה** $p = x \cdot x \cdot (9 - x)$

$$p = x^2 \cdot (9 - x)$$

$$p = 9x^2 - x^3$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = 18 - 6(x)$$

$$P''(0) = 18 - 6(0) = +18 \cup \min$$

$$P''(6) = 18 - 6(6) = -18 \cap \max$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 18x - 3x^2$$

$$P' = 0$$

$$0 = 18x - 3x^2$$

$$0 = x \cdot (18 - 3x)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 6$$

הפונקציה

$$P = 9x^2 - x^3$$

$$x = 6$$

$$P = 9(6)^2 - (6)^3$$

$$P = 108$$

ריכוז התשובות

$$x = 6 \quad \max$$

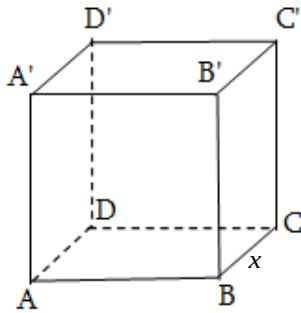
$$y = 9 - 6 = 3$$

$$p = 108$$

תשובה סופית:

$$p = 108 \quad (ג) \quad x = 6 \quad \max \quad (ב) \quad y = 9 - x \quad (א)$$

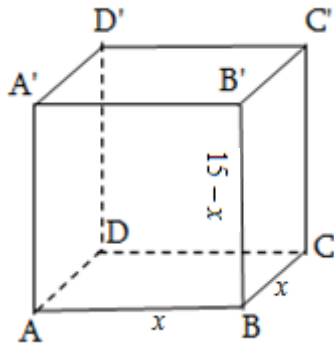
שאלה מספר 62: מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר תשס"ה 2005



רוצים לבנות תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה ריבוע (ראה ציור) סכום האורכים של גובה התיבה ושל צלע הבסיס $(BB' + BC)$ הוא 15 ס"מ.

- (א) הבע באמצעות x את גובה התיבה BB'
 (ב) מה צריך להיות האורך של צלע הבסיס כדי **שנפח התיבה יהיה מקסימלי**?
 (ג) חשב את הנפח המקסימלי

פתרון:



1. **משפט המטרה:** **שנפח התיבה יהיה מקסימלי**

2. **נוסחת המטרה:** $p = x \cdot x \cdot BB' \Rightarrow \max$

3. **נוסחת עזר:** $x + BB' = 15$

$$BB' = 15 - x$$

4. **פונקציית המטרה** $p = x \cdot x \cdot (15 - x)$

$$p = x^2 \cdot (15 - x)$$

$$p = 15x^2 - x^3$$

הפונקציה

$$P = 15x^2 - x^3$$

$$x = 10$$

$$P = 15(10)^2 - (10)^3$$

$$P = 500$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 30x - 3x^2$$

$$P' = 0$$

$$0 = 30x - 3x^2$$

$$0 = x \cdot (30 - 3x)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 10$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = 30 - 6(x)$$

$$P''(0) = 30 - 6(0) = +30 \cup \min$$

$$P''(10) = 30 - 6(10) = -30 \cap \max$$

ריכוז התשובות

$$x = 10 \quad \max$$

$$y = 15 - 10 = 5$$

$$p = 500$$

תשובה סופית:

(א) $BB' = 15 - x$ (ב) $\max x = 10$ (ג) $P = 500$

שאלה מספר 63: מבחן בגרות 35003 מועד קיץ מועד ב' תשע"ב 2012

לפניך תיבה ABCDA'B'C'D'

נתון: x ס"מ $BC =$

$AB = 2BC$

(ראה ציור)

בתיבה מתקיים $AB + BC + CC' = 18$

(א) הבע באמצעות x את גובה התיבה CC' .

(ב) מצא את הערך של x שעבורו **נפח התיבה הוא מקסימלי**.

(ג) מצא את הנפח המקסימלי

פתרון:

1. **משפט המטרה:** **שנפח התיבה יהיה מקסימלי**

2. **נוסחת המטרה:** $p = x \cdot AB \cdot BB' \Rightarrow \max$

$$AB + BC + CC' = 18$$

$$AB = 2BC'$$

3. **נוסחת עזר:**

$$x + 2x + CC' = 18$$

$$AB = 2x$$

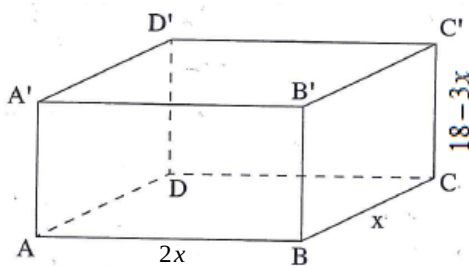
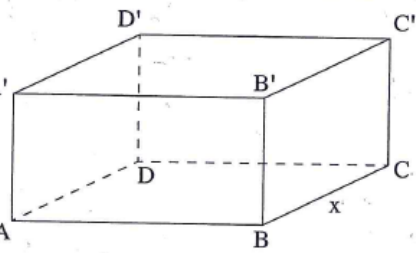
$$CC' = 18 - 3x$$

$$p = x \cdot 2x \cdot (18 - 3x)$$

4. **פונקציית המטרה**

$$p = 2x^2 \cdot (18 - 3x)$$

$$p = 36x^2 - 6x^3$$



הפונקציה

$$P = 36x^2 - 6x^3$$

$$x = 4$$

$$P = 36(4)^2 - 6(4)^3$$

$$P = 192$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 72x - 18x^2$$

$$P' = 0$$

$$0 = 72x - 18x^2$$

$$0 = x \cdot (72 - 18x)$$

$$x_1 = 0 \quad x_2 = 4$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = 72 - 36(x)$$

$$P''(0) = 72 - 36(0) = +72 \cup \min$$

$$P''(10) = 72 - 36(4) = -72 \cap \max$$

ריכוז התשובות

$$x = 4 \quad \max$$

$$p = 192$$

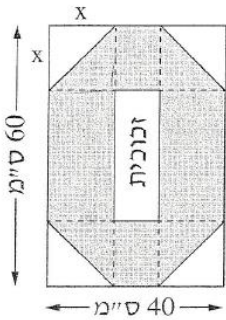
תשובה סופית:

$$192 \text{ (ג)}$$

$$x = 4 \text{ (ב)}$$

$$18 - 3x \text{ (א)}$$

שאלה מספר 64: מבחן בגרות 35003 מועד נובמבר תשע"א 2011



- אדם הזמין לביתו מרצפות, כל מרצפת היא בצורת מלבן, אורכה 60 ס"מ ורוחבה 40 ס"מ. המרצפת שהוזמנה מורכבת מחרסינה אפורה (השטח האפור שבציור) זכוכית לבנה בצורת מלבן במרכז וחרסינה לבנה בפינות בצורת משולשים שווים שוקיים. שאורך השוק שלהם הוא x ס"מ כמתואר בציור ($0 < x$)
- א. בטא את סך כל השטח הלבן שבמרצפת באמצעות x .
- ב. מה צריך להיות הגודל של x כדי ששטח החרסינה האפורה במרצפת יהיה מקסימלי? מהו השטח המקסימלי שיכול להיות לחרסינה האפורה במרצפת?

פתרון:

סך כל השטח הלבן

$$S_T = 2x^2 + 2400 - 200x + 4x^2$$

$$S = 6x^2 - 200x + 2400$$

שטח המלבן הלבן

$$S = (40 - 2x) \cdot (60 - 2x)$$

$$S = 2400 - 80x - 120x + 4x^2$$

$$S = 2400 - 200x + 4x^2$$

שטח משולש אחד

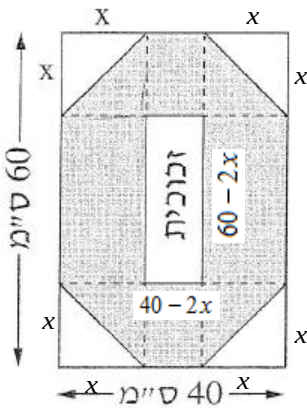
$$S = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

$$S = \frac{x \cdot x}{2}$$

$$S = \frac{x^2}{2}$$

שטח 4 משולשים

$$S_T = \frac{4x^2}{2} = 2x^2$$



השטח האפור

$$p = 60 \cdot 40 - (6x^2 - 200x + 2400)$$

$$p = 2400 - 6x^2 + 200x - 2400$$

$$p = -6x^2 + 200x$$

פונקציית המטרה

ששטח החרסינה האפורה יהיה מקסימלי

הפונקציה

$$P = -6x^2 + 200x$$

$$x = 16 \frac{2}{3}$$

$$P = -6(16 \frac{2}{3})^2 + 200(16 \frac{2}{3})$$

$$P = 1666 \frac{2}{3}$$

נגזרת ראשונה

$$P' = -12x + 200$$

$$P' = 0$$

$$0 = -12x + 200$$

$$12x = 200$$

$$x = 16 \frac{2}{3}$$

נגזרת שנייה

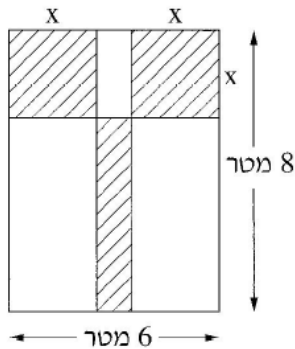
Max/min

$$P''(x) = -12 \cap \max$$

תשובה סופית:

$$S = 1666 \frac{2}{3} \max \quad (א) \quad x = 16 \frac{2}{3} \quad (א) \quad S = 6x^2 - 200x + 2400 \quad (א)$$

שאלה מספר 65: מבחן בגרות 35803 מועד א קיץ תשע"ה 2015.

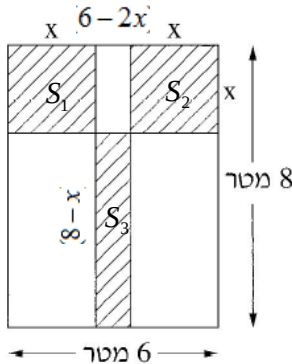


- נתונה גינת נוי שצורתה מלבן.
 ממדי המלבן הם 8 מטרים ו-6 מטרים (ראה ציור)
 רוצים לשתול דשא בשטחים המקווקים שבציור:
 שני שטחים בצורת ריבועים זהים,
 ושטח אחד בצורת מלבן כמתואר בציור.
 המחיר של שתילת 1 מ"ר של דשא הוא 60 שקל.
 נסמן ב- x את אורך הצלע של הריבועים.
 א. הבע באמצעות x את כל השטח המקווקו בציור.
 ב. מה צריך להיות x כדי שהשטח של הדשא יהיה מינימלי?
 ג. מצא את המחיר המינימלי של שתילת הדשא.

פתרון:

1. **משפט המטרה:** שהשטח של הדשא יהיה מינימלי

2. **נוסחת המטרה:** $p = S_1 + S_2 + S_3 \Rightarrow \min$



3. **נוסחת עזר:**

שטח המלבן	שטח ריבוע
$S = a \cdot b$	$S = a \cdot a$
$S = (8-x) \cdot (6-2x)$	$S = x \cdot x$
$S = 48 - 16x - 6x + 2x^2$	$S = x^2$
$S = 2x^2 - 22x + 48$	

$$p = S_1 + S_2 + S_3$$

$$P = x^2 + x^2 + 2x^2 - 22x + 48$$

פונקציית המטרה

$$P = 4x^2 - 22x + 48$$

הפונקציה

$$P = 4x^2 - 22x + 48$$

$$x = 2.75$$

$$P = 4(2.75)^2 - 22(2.75) + 48$$

$$P = 17.75$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 8x - 22$$

$$P' = 0$$

$$0 = 8x - 22$$

$$8x = 22$$

$$x = 2.75$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = +8 \cup \min$$

המחיר

ג. מצא את המחיר המינימלי של שתילת הדשא.

$$17.75 \cdot 60 = 1065$$

תשובה: 1065 שקל

תשובה סופית:

(ב) 1065 שקל

$$x = 2.75 \min$$

(1ב)

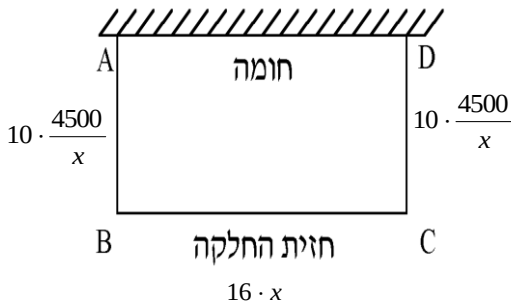
$$P = 4x^2 - 22x + 48 \quad (\text{א})$$

שאלה מספר 66: מבחן בגרות 35003 מועד חורף תשס"ז 2007



חלקת אדמה מלבנית ABCD, ששטחה 4500 מ"ר, צמודה בצדה האחד לחומה (ראה ציור). מגדרים את חזית החלקה, BC ואת צדיה AB ו-CD. מחיר ההתקנה של גדר בחזית החלקה (הקטע BC) הוא 16 שקלים למטר, ומחיר ההתקנה של גדר בצדדים (הקטעים AB ו-CD) הוא 10 שקלים למטר. מה צריך להיות האורך של חזית החלקה, כדי שמחיר התקנת הגדר יהיה מינימלי?

פתרון:



מחיר התקנת החזית
 $16 \cdot x$

אורך החזית
 $BC = x$

מחיר התקנת דופן
 $10 \cdot \frac{4500}{x}$

אורך הדופן DC, AB
 $S = BC \cdot AB$
 $4500 = x \cdot AB$
 $AB = \frac{4500}{x}$

סך כל מחיר התקנת הגדר

פונקציית המטרה
שמחיר התקנת הגדר יהיה מינימלי

$$P = 16x + 2 \cdot \frac{45,000}{x}$$

$$P = 16x + \frac{90,000}{x}$$

הפונקציה

$$P = 16x + \frac{90,000}{x}$$

$$x = 75$$

$$P = 16(75) + \frac{90,000}{75}$$

$$P = 2400$$

נגזרת ראשונה

$$P' = 16 - \frac{90,000 \cdot 1}{x^2}$$

$$P' = 0$$

$$0 = 16 - \frac{90,000}{x^2}$$

$$16x^2 = 90,000 : 16$$

$$x^2 = 5625$$

$$x = \pm \sqrt{5625}$$

$$x_1 = 75 \quad x_2 = -75$$

נגזרת שנייה

Max/min

$$P''(x) = \frac{90,000 \cdot 2}{x^3} = \frac{180,000}{x^3}$$

$$P''(+75) = \frac{180,000}{(+75)^3} = + \frac{32}{75} \cup \min$$

$$P''(-75) = \frac{180,000}{(-75)^3} = - \frac{32}{75} \cap \max$$

תשובה סופית:

(א) אורך החזית $BC = 75$